А. БАЙЗАКОВ,
А. СААДАБАЕВ,
Ж. ЫБЫКЕЕВА

8

АЛГЕБРА

А. БАЙЗАКОВ, А. СААДАБАЕВ,
Ж. ЫБЫКЕЕВА

Алгебра

Жалпы билим берүүчү орто мектептердин
8-классы үчүн окуу китеби

*Кыргыз Республикасынын Билим берүү
жана илим министрлиги
сунуштаган*

Бишкек – 2009

УДК 373.167.1
ББК 22.141 я 721
Б 19

Байзаков А. Б. ж. б.

Б 19 **Алгебра:** Жалпы билим берүүчү орто мектептердин 8-кл. үчүн окуу китеби – 1-бас./А. Байзаков, А. Саадабаев, Ж. Ыбыкеева. – Б.: «Aditi», 2009.–208 б.; ил.

ISBN 978-9967-25-768-9

Б 4306020503-09
ISBN 978-9967-25-768-9

УДК 373.167.1
ББК 22.141 я 721

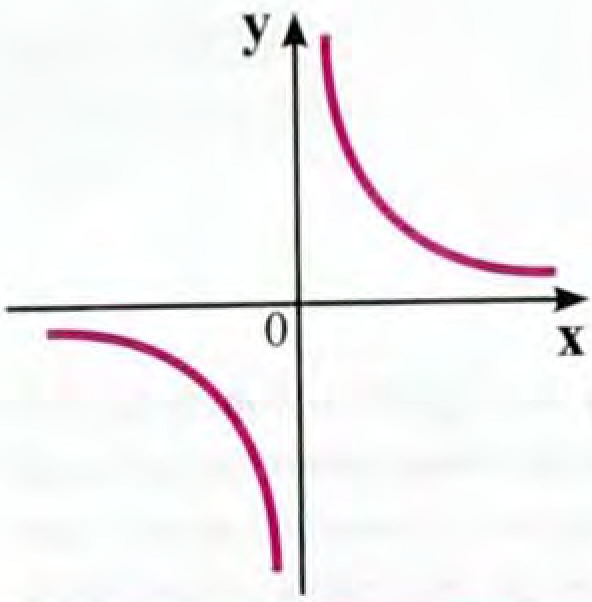
КИРИШ СӨЗ

Колуңардагы окуу китеп жалпы билим берүүчү орто мектептердин 8-класстарына арналган. Мурунку колдонулуп келген китептердин жакшы жактары толук сакталып, Кыргыз Республикасынын өзгөчөлүктөрү эске алынды. Китептин мазмунуна мектептин математика курсунун программасындагы өз ара тыгыз байланышкан төмөнкү окуу материалдары кирди:

- *рационалдык бөлчөктөр;*
- *барабарсыздыктар;*
- *бүтүн көрсөткүчтүү даража;*
- *квадраттык теңдемелер;*
- *квадраттык тамырлар;*
- *комбинаториканын элементтери.*

Окуу материалдары таанып-билүүнүн принциптери боюнча, б.а. жөнөкөйдөн татаалга, белгилүүдөн белгисизди көздөй жайгаштырылды. Ар бир параграфта жаңы материал – байкоолор, түшүнүктөр жана фактылар аркылуу киргизилип, бир нече типтүү мисал, маселелерди чыгаруунун ыкмалары да келтирилди. Өтүлгөн материалдарды бышыктоо жана кайталоо үчүн көнүгүүлөр да бар. Андан тышкары, ар бир главага көнүгүүлөр, кайталоо үчүн тесттик тапшырмалар жана акыркы главага бардык материалдарды жыйынтыктап кайталоо үчүн кошумча көнүгүүлөр топтолгон. Математиканын тарыхынан кыскача маалыматтар да орун алды. (*) белгиси менен бир аз татаалыраак маселе же кошумча материал белгиленди.

Китептин сапатын жакшыртуу максатында
алгылыктуу ой-пикир, сунуштарыңыздар болсо,
төмөнкү дарек боюнча күтөбүз:
720071, Бишкек ш., Чүй проспекти, 265а,
Улуттук илимдер академиясынын
Математика институту.
Email: asan_baizakov@mail.ru



I глава

РАЦИОНАЛДЫК БӨЛЧӨКТӨР

§1. Рационалдык туюнтмалар

Силер VII класста бүтүн туюнтмаларды өзгөртүүнү, б. а. сандардан жана өзгөрмөлөрдөн турган туюнтмаларды кошконду, кемиткенди, көбөйткөндү жана дагы нөлдөн айырмалуу санга бөлгөндү окуп үйрөнгөнсүңөр. Мисалы:

$$7a^2b,\ m^3+n^3,\quad (x-y)(x^2+y^2),$$
$$b^{10}-\frac{b(3b+c)}{7},\ \frac{a+5}{8},\ 2x:9$$

туюнтмалары — бүтүн туюнтмалар болушат. Ал эми

$$4a-\frac{b}{2a+1},\ \frac{x+y}{x^2-3xy=y^2},\ \frac{n}{3}-\frac{5}{n^2+1},\ 2p:q$$

туюнтмалары бүтүн туюнтмалардан айырмаланып кошуу, кемитүү жана көбөйтүү амалдарынан башка дагы өзгөрмөлөрү бар туюнтмага бөлүүнү камтып турат. Мындай туюнтмаларды **бөлчөктүү туюнтмалар** деп айтабыз.

Бүтүн жана бөлчөктүү туюнтмалар **рационалдык туюнтмалар** деп аталат.

Бүтүн туюнтмалар өзүнө кирген өзгөрмөлөрдүн бардык маанилеринде мааниге ээ, себеби бүтүн туюнтмалардын маанисин табууда ага катышкан амалдарды аткаруу дайыма мүмкүн.

Бөлчөктүү туюнтмалар өзгөрмөлөрдүн кээ бир маанилеринде мааниге ээ болбой калышы мүмкүн. Мисалы, $10+\frac{1}{a}$ туюнтмасы $a=0$ болгон учурда мааниге ээ эмес. a нын калган бардык маанилеринде бул туюнтма мааниге ээ болот. $x+\frac{y}{x-y}$ туюнтмасы x менен y тин $x \neq y$ болгон бардык маанилеринде мааниге ээ. Туюнтма мааниге ээ болгон өзгөрмөлөрдүн маанилеринин көптүгү өзгөрмөлөрдүн мүмкүн болгон маанилери деп аталат.

Алымы да, бөлүмү да көп мүчө болгон бөлчөк–рационалдык туюнтмага мисал боло алат. Мындай бөлчөктөр рационалдык бөлчөктөр деп айтылат. Рационалдык бөлчөктөрдүн мисалдары:

$$\frac{5}{a}, \frac{b-3}{10}, \frac{x+y}{x^2-xy+y^2}, \frac{3}{m^2-n^2}$$

Бөлчөктүн бөлүмүн нөлгө айлантпаган өзгөрмөлөрдүн маанилери рационалдык бөлчөктүн мүмкүн болгон маанилери болушат.

1-мисал. $\frac{5}{a(a-9)}$ бөлчөгүнүн мүмкүн болгон маанилерин тапкыла.

Чыгаруу. a нын кайсы маанилеринде бөлчөктүн бөлүмү нөлгө айланарын табыш үчүн $a(a-9)=0$ теңдемесин чыгаруу керек. Мында $a = 0$ жана $a=9$. Демек, a өзгөрмөсүнүн мүмкүн болгон маанилери 0 жана 9 дан башка бардык сандардан турат.

2-мисал. $\frac{3a-b}{2ab}$ бөлчөгүнүн, $a=\frac{2}{3}, b=-1{,}5$ болгондогу маанисин тапкыла.

Чыгаруу. $\frac{3a-b}{2ab}=\frac{3\cdot\frac{2}{3}-(-1.5)}{2\cdot\frac{2}{3}\cdot(-1.5)}=\frac{2+1{,}5}{\frac{2}{3}\cdot(-3)}=\frac{3{,}5}{-2}=-1{,}75.$

КӨНҮГҮҮЛӨР

1. Төмөнкү туюнтмалардын кайсылары бүтүн, кайсылары бөлчөктүү туюнтмалар болушат:

$$\frac{1}{3}a^2b;\ (x-y)^2-4xy;\ \frac{m+3}{m-3};\ \frac{8}{x^2+y^2};\ \frac{a^2-2ab}{12};\ (c+3)^2+\frac{2}{c}.$$

2. Төмөнкү рационалдык туюнтмалардан

1) бүтүн туюнтмаларды;

2) бөлчөктүү туюнтмаларды өз-өзүнчө жазгыла:

$$7x^2-2xy;\ \frac{a}{9};\ \frac{12}{b};\ a(a-b)-\frac{b}{3a};\ \frac{1}{4}m^2-\frac{1}{3}n^2;\ \frac{a}{a+3}-8.$$

3. $\frac{y-1}{y}$ бөлчөгүнүн y = 3; 1; –5; $\frac{1}{2}$; –1,6; 100 болгондогу маанилерин тапкыла.

4. Эгерде:

1) $a=-2$ болсо, $\dfrac{a-8}{2a+5}$; 3) $x=\dfrac{1}{2}$ болсо, $x+\dfrac{8}{x-1}$;

2) $b=3$ болсо, $\dfrac{b^2+6}{2b}$; 4) $y=1{,}5$ болсо, $\dfrac{y+3}{y}+\dfrac{y}{y-3}$

туюнтмаларынын маанилерин тапкыла.

5. $\dfrac{(a+b)^2-1}{a^2+1}$ бөлчөгүнүн: а) $a=-3$, $b=-1$; б) $a=1\dfrac{1}{2}$, $b=0{,}5$ болгондогу маанилерин эсептегиле.

6. Таблицанын бош орундарын толтургула:

x	-13	-5	-0.2	0	$\frac{1}{17}$	1	$5\frac{1}{17}$	7
$\frac{x+5}{x-3}$								

7. $\dfrac{1}{1+\alpha}$ бөлчөгүнүн α нын нөлгө жакын болгондогу маанисин табуу үчүн $\dfrac{1}{1+\alpha}\approx 1-\alpha$ жакындатылган барабардыкты колдонушат.

Бул жакындатылган барабардыкты колдонуп, төмөнкү бөлчөктүн маанилерин тапкыла:

1) $\dfrac{1}{1{,}01}$; 2) $\dfrac{1}{1{,}002}$; 3) $\dfrac{1}{0{,}99}$; 4) $\dfrac{1}{0{,}997}$.

8. Поезд t сааттын ичинде S километр жүрдү. Поезддин орточо ылдамдыгы υ (км/саат) ны S жана t аркылуу туюнткула. Эгерде:

1) t=3, S=180;

2) t=2,5, S=225 болсо, υ ны тапкыла.

9. Өзгөрмөнүн кайсы маанилеринде төмөнкү рационалдык туюнтма мааниге ээ?

1) $\dfrac{x}{x-2}$; 2) $\dfrac{b+4}{b^2+7}$; 3) $\dfrac{y^2-1}{y}+\dfrac{y}{y-3}$; 4) $\dfrac{a+10}{a(a-1)}-1$.

10. Төмөнкү туюнтмалардагы өзгөрмөнүн мүмкүн болгон маанилерин көрсөткүлө:

1) x^2-8x+9; 3) $\dfrac{3x-6}{7}$; 5) $\dfrac{x-5}{x^2+25}-3x$;

2) $\dfrac{1}{6x-3}$; 4) $\dfrac{x^2-8}{4x(x+1)}$; 6) $\dfrac{x}{x+8}+\dfrac{x-8}{x}$.

11. Төмөнкү туюнтмалардагы өзгөрмөнүн мүмкүн болгон маанилерин тапкыла:

1) $\frac{5y-8}{11}$; 3) $\frac{y^2+1}{y^2-2y}$; 5) $\frac{y}{y-6}+\frac{15}{y+6}$;

2) $\frac{25}{y-9}$; 4) $\frac{y-10}{y^2+3}$; 6) $\frac{32}{y}-\frac{y+1}{y+7}$.

12. 1) $y=\frac{1}{x-2}$; 2) $y=\frac{2x+3}{x(x+1)}$; 3) $y=x+\frac{1}{x+5}$

функцияларынын аныкталуу областын тапкыла.

13. $\frac{x-3}{5}$ бөлчөгү өзгөрмөнүн кандай маанилеринде: 1) 1; 2) 0; 3) –1; 4) 3кө барабар болот?

14. Төмөнкү бөлчөктөр өзгөрмөнүн кандай маанилеринде нөлгө барабар болушат?

1) $\frac{y-5}{8}$; 2) $\frac{2y+3}{10}$; 3) $\frac{x(x-1)}{x+4}$; 4) $\frac{x(x+3)}{x+5}$.

15. Эгерде:

1) $a>0$ жана $b>0$; 3) $a<0$ жана $b>0$;

2) $a>0$ жана $b<0$; 4) $a<0$ жана $b<0$

болсо, анда $\frac{a}{b}$ бөлчөгүнүн белгисин аныктагыла.

16. Өзгөрмөнүн каалагандай маанисинде:

1) $\frac{3}{x^2+1}$ оң; 3) $\frac{(a-1)^2}{a^2+10}$ терс эмес;

2) $\frac{-5}{y^2+4}$ терс; 4) $\frac{(b-3)^2}{-b^2-1}$ оң эмес.

экенин далилдегиле.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

17. Көп мүчөлөрдү жөнөкөйлөткүлө:

1) $(x-10)(x+10)$; 5) $(x+7)^2-14x$;

2) $(2a+3)(2a-3)$; 6) $(b+5)^2-10b$;

3) $(y-5b)(y+5b)$; 7) $(a-2x)^2+4ax$;

4) $(8x+y)(y-8x)$; 8) $(ab-1)^2-1$.

18. Көп мүчөлөрдү көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

1) $15ax+20ay$; 4) $xy-y^2$;

2) $36by-9cy$; 5) a^2+5ab;

3) x^2-xy; 6) $15c-10c^2$.

19. Көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

1) $x^2 - 25$; 3) $a^2 - 6a + 9$; 5) $a^3 - 8$;

2) $16 - c^2$; 4) $x^2 + 8x + 16$; 6) $b^3 + 27$.

§ 2. Бөлчөктүн негизги касиети. Бөлчөктөрдү кыскартуу

Биз жөнөкөй бөлчөктөр үчүн төмөнкү касиет орун алаарын билебиз:

Эгерде бөлчөктүн алымын да, бөлүмүн да бир эле натуралдык санга көбөйтсөк, анда бөлчөктүн мааниси өзгөрбөстөн кала берет. Башкача айтканда, *a, b* жана c натуралдык сандары үчүн $\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$ барабардыгы аткарылат.

Бул барабардык натуралдык сандар үчүн гана туура болбостон, *a, b* жана *c* сандарынын – бөлчөктүн бөлүмү нөлгө барабар болбогон, каалагандай маанилери үчүн да (b ≠ 0, c ≠ 0) аткарыларын далилдейбиз.

Далилдөө. $\frac{a}{b}=m$ болсун. Анда тийиндинин аныктоосу боюнча $a = bm$. Бул барабардыктын эки жагын тең *c* га көбөйтөлү:

$$ac = (bm)c.$$

Көбөйтүүнүн орун алмаштыруу жана бөлүштүрүү касиети боюнча $ac = (bc)m$. $c \neq 0$ болгондуктан, тийиндинин аныктоосу боюнча $\frac{ac}{bc}=m$. Демек, $\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$.

Ошентип, *a, b* жана c сандарынын $b \neq 0$, $c \neq 0$ болгон каалагандай маанилери үчүн

$$\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc} \qquad (1)$$

барабардыгы аткарылат.

Биз буга чейин өзгөрмөнүн бардык маанилеринде аткарыла турган барабардыктарды теңдештик деп айтканбыз. (1) барабардыгы анын оң жана сол жактары мааниге ээ болгон өзгөрмөнүн бардык маанилеринде, б. а. өзгөрмөнүн бардык мүмкүн болгон маанилеринде аткарылат. Мындай барабардыктар теңдештик деп аталат.

Аныктама. **Өзгөрмөнүн бардык мүмкүн болгон маанилери үчүн аткарылган барабардык – теңдештик деп аталат. Өзгөрмөлөрдүн бардык мүмкүн болгон маанилеринде барабар болушкан эки туюнтманы теңдеш барабар деп, ал эми мындай туюнтманын бирин экинчиси менен алмаштырууну туюнтмаларды теңдеш өзгөртүү деп айтабыз.**

Биз (1) барабардыгы өзгөрмөлөрдүн бардык мүмкүн болгон маанилери үчүн аткарыларын далилдедик. Демек, бул туюнтма теңдештик болот. $\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$ теңдештиги менен туюнтулган касиетти *бөлчөктүн негизги касиети* деп айтабыз.

(1) теңдештиктин сол жагы менен оң жагын алмаштыралы:

$$\frac{ac}{bc}=\frac{a}{b}.$$

Бул теңдештик $\frac{ac}{bc}$ түрүндөгү бөлчөктү ага теңдеш барабар $\frac{a}{b}$ бөлчөгүнө алмаштырууга мүмкүндүк берет, б. а. $\frac{ac}{bc}$ бөлчөгүн жалпы көбөйтүүчү с га кыскартууга болот дегенди билдирет.

1-мисал. $\frac{a^2-9}{ab+3b}$ бөлчөгүн кыскарткыла.

Чыгаруу. Бөлчөктүн алымын да, бөлүмүн да көбөйтүүчүлөргө ажыраталы:

$$\frac{a^2-9}{ab+3b}=\frac{(a+3)(a-3)}{b(a+3)}$$

Келип чыккан бөлчөктү жалпы көбөйтүүчү $a+3$кө кыскарталы: $\frac{(a+3)(a-3)}{b(a+3)}=\frac{a-3}{b}$.

Ошентип, $\frac{a^2-9}{ab+3b}=\frac{a-3}{b}$.

2-мисал. $\frac{2x}{7y}$ бөлчөгүн $35y^3$ бөлүмүнө келтиргиле.

Чыгаруу. $35y^3=7y\cdot 5y^2$ деп алып, берилген $\frac{2x}{7y}$ бөлчөгүнүн алымын да, бөлүмүн да $5y^2$ ка көбөйтөлү:

$$\frac{2x}{7y}=\frac{2x\cdot 5y^2}{7y\cdot 5y^2}=\frac{10xy^2}{35y^3}.$$

3-мисал. $\frac{5}{2y\square x}$ бөлчөгүн $x-2y$ бөлүмүнө келтиргиле.

Чыгаруу. Берилген бөлчөктүн алымын да, бөлүмүн да -1ге көбөйтөлү:

$$\frac{5}{2y-x}=\frac{5\cdot(-1)}{(2y-x)\cdot(-1)}=\frac{-5}{x-2y}.$$

Мында $\frac{-5}{x-2y}$ бөлчөгүн ага теңдеш $-\frac{5}{x-2y}$ туюнтма менен алмаштырса болот, «минус» белгиси бөлчөктүн алдына коюлду жана $\frac{-5}{x-2y}=-\frac{5}{x-2y}$ деп өзгөртүлдү.

Эреже: Эгерде бөлчөктүн алымынын (же бөлүмүнүн) белгисин жана бөлчөктүн алдындагы белгини бир эле учурда карама-каршы белгиге өзгөртсөк, анда берилген бөлчөккө теңдеш барабар туюнтманы алабыз.

КӨНҮГҮҮЛӨР

20. Төмөнкү бөлчөктөрдүн алымын жана бөлүмүн жалпы көбөйтүүчүлөргө ажыратып, бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{2x}{3x}$; 3) $\frac{6a}{24a}$; 5) $\frac{-2xy}{5x^2y}$;

2) $\frac{15x}{25x}$; 4) $\frac{7ab}{21bc}$; 6) $\frac{8x^2y^2}{24xy}$.

21. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{10xz}{15yz}$; 3) $\frac{2ay^3}{-4a^2b}$; 5) $\frac{-ax^2}{xy}$; 7) $\frac{24a^2c^2}{36ac}$;

2) $\frac{6ab^2}{9bc^2}$; 4) $\frac{-6p^2q}{-2q^3}$; 6) $\frac{3axy}{6ay^3}$; 8) $\frac{63x^2y^3}{42x^6y^4}$.

22. Тийиндини бөлчөк түрүндө жазгыла жана ошол бөлчөктү кыскарткыла:

1) $4a^2b^3 : (2a^4b^2)$; 4) $36m^2n : (18mn)$;

2) $3xy^2 : (6x^3y^3)$; 5) $-32b^5c : (12b^4c^2)$

3) $24p^4q^4 : (48p^2q^2)$; 6) $-6ax : (-18ax)$.

23. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{8b}{24c}$; 3) $\frac{4a^2}{6ac}$; 5) $\frac{a^5b^3}{a^3b^5}$; 7) $\frac{56m^2n^5}{35mn^5}$;

2) $\frac{5ay}{15by}$; 4) $\frac{7x^2y}{21xy^2}$; 6) $\frac{x^6y^4}{x^4y^6}$; 8) $\frac{25p^4q}{100p^5q}$.

24. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө: 1) $\frac{8^{16}}{16^{12}}$; 2) $\frac{81^{25}}{27^{33}}$.

25. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{a(b-2)}{5(b-2)}$; 2) $\frac{3(x+4)}{c(x+4)}$; 3) $\frac{ab(y+3)}{a^2b}$; 4) $\frac{15a(a-b)}{20b(a-b)}$.

26. Бөлчөктөрдүн алымын жана бөлүмүн көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла жана аларды кыскарткыла:

1) $\frac{3a+12b}{6ab}$; 3) $\frac{2a-4}{3(a-2)}$; 5) $\frac{a^2-3b}{a^3-3ab}$;

2) $\frac{15b-20c}{10b}$; 4) $\frac{5x(y+2)}{6y+12}$; 6) $\frac{3x^2+15xy}{x+5y}$.

27. Бөлчөктөрдү кыскарткыла (27–28):

1) $\frac{y^2-16}{3y+12}$; 3) $\frac{(c+2)^2}{7c^2+14c}$; 5) $\frac{a^2+10a+25}{a^2-25}$;

2) $\frac{5x-15y}{x^2-9y^2}$; 4) $\frac{6cd-18c}{(d-3)^2}$; 6) $\frac{y^2-9}{y^2-6y+9}$.

28. 1) $\frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3}$; 2) $\frac{a^3-b^3}{a-b}$; 3) $\frac{a^6-a^4}{a^3+a^2}$.

29. Бөлчөктөрдүн маанисин тапкыла:

1) $\frac{15a^2-10ab}{3ab-2b^2}$, эгер $a=-2$, $b=-0{,}1$ болсо;

2) $\frac{9c^2-4d^2}{18c^2d-12cd^2}$, эгер $c=\frac{2}{3}$, $d=\frac{1}{2}$ болсо;

3) $\frac{6x^2+12xy}{5xy+10y^2}$, эгер $x=\frac{2}{3}$, $y=-0{,}4$ болсо;

4) $\frac{x^2+6xy+9y^2}{4x^2+12xy}$, эгер $x=-0{,}2$, $y=-0{,}6$ болсо.

30. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{x(y-7)}{y(y-7)}$; 3) $\frac{2m+14}{m^2-49}$; 5) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x}$; 7) $\frac{a^2+a+1}{a^3-1}$;

2) $\frac{10a-15b}{16a-24b}$; 4) $\frac{p^2-25q^2}{2p-10q}$; 6) $\frac{3y^2+24y}{y^2+16y+64}$; 8) $\frac{b+2}{b^3+8}$.

31. Тийиндилерди бөлчөк түрүндө жазгыла жана ошол бөлчөктү кыскарткыла:

1) $(9x^2-y^2):(3x+y)$; 3) $(x^2+2x+4):(x^3-8)$;

2) $(2ab-a):(4b^2-4b+1)$; 4) $(1+a^3):(1+a)$.

32. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{2x+bx-2y-by}{7x-7y}$; 3) $\frac{xy-x+y-y^2}{x^2-y^2}$;

2) $\frac{8a+4b}{2ab+b^2-2ad-bd}$; 4) $\frac{a^2+2ac+c^2}{a^2+ac-ax-cx}$.

33. $\frac{-x}{-y}$, $\frac{-x}{y}$, $\frac{x}{-y}$, $-\frac{-x}{y}$ туюнтмаларынын ичинен

1) $\frac{x}{y}$ бөлчөгүнө теңдеш барабар;

2) $\frac{x}{y}$ бөлчөгүнө карама-каршы болгондорун жазгыла.

34. Бөлчөктөрдү кыскарткыла (34–36):

1) $\frac{a-b}{b-a}$; 3) $\frac{(a-b)^2}{b-a}$; 5) $\frac{(-a-b)^2}{a+b}$;

2) $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2}$; 4) $\frac{a-b}{(b-a)^2}$; 6) $\frac{(a+b)^2}{(-a-b)^2}$.

35. 1) $\frac{a(x-2y)}{b(2y-x)}$; 3) $\frac{3a-36}{12b-ab}$; 5) $\frac{25-a^2}{3a-15}$; 7) $\frac{8b^2-8a^2}{a^2-2ab+b^2}$;

2) $\frac{5x(x-y)}{x^3(y-x)}$; 4) $\frac{7b-14b^2}{42b^2-21b}$; 6) $\frac{3-3x}{x^2-2x+1}$; 8) $\frac{(b-2)^3}{(2-b)^2}$.

36. 1) $\frac{ax+bx-ay-by}{bx-by}$; 3) $\frac{7p-35}{15-3p}$; 5) $\frac{4-x^2}{10-5x}$;

2) $\frac{ab-3b-2a+6}{15-5a}$; 4) $\frac{18a-3a^2}{8a^2-48a}$; 6) $\frac{a^2-6a+9}{27-a^3}$.

37. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{x^6+x^4}{x^4+x^2}$; 2) $\frac{y^6-y^8}{y^4-y^2}$; 3) $\frac{b^7-b^{10}}{b^5-b^2}$; 4) $\frac{c^6-c^4}{c^3+c^2}$.

38. Туюнтмалардын маанисин тапкыла:

1) $\frac{a^8+a^5}{a^5+a^2}$, эгер $a=-\frac{1}{2}$ болсо;

2) $\frac{b^{10}-b^8}{b^8-b^6}$ эгер $b=-0{,}1$ болсо;

39. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{(2a-2b)^2}{a-b}$; 2) $\frac{(3c+9d)^2}{c+3d}$; 3) $\frac{(3x+6y)^2}{5x+10y}$; 4) $\frac{4x^2-y^2}{(10x+5y)^2}$.

40. Төмөнкү бөлчөктөрдү $24a^3b^2$ бөлүмүнө келтиргиле:

$\frac{5b}{8a^3}$; $\frac{7a}{3b^2}$; $\frac{1}{2ab}$; $\frac{2}{a^2b^2}$.

41. 1) $\frac{x}{a-b}$ бөлчөгүн $(a-b)^2$ бөлүмүнө;

2) $\frac{y}{x-a}$ бөлчөгүн x^2-a^2 бөлүмүнө;

3) $\frac{2y}{x-1}$ бөлчөгүн x^3-1 бөлүмүнө;

4) $\frac{3a}{a^2+ab+b^2}$ бөлчөгүн a^3-b^3 бөлүмүнө;

5) $\frac{7}{y-b}$ бөлчөгүн $b-y$ бөлүмүнө;

6) $\frac{a}{a-10}$ бөлчөгүн $10-a$ бөлүмүнө;

7) $\frac{p}{p-2}$ бөлчөгүн $4-p^2$ бөлүмүнө;

8) $\frac{a+3}{6-2a}$ бөлчөгүн $2(a^2-9)$ бөлүмүнө келтиргиле.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

42. Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $-5x=16$; 3) $\frac{1}{3}x=4$; 5) $0{,}6x=3$;

2) $2x=\frac{1}{5}$; 4) $4x=-2$; 6) $-0{,}7x=5$.

43. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $6b^2-(2b+5)(3b-7)$;

2) $16x^2-(4x+0{,}5)(4x-0{,}5)$;

3) $2y(y-1{,}5x)-5(x+4y)(y-x)$;

4) $3(a-2b)(2b+a)-0{,}5b(a-24b)$.

44. Көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

1) $5bc-5c$; 4) $5y-5x+y^2-xy$; 7) y^2-2y+1;

2) $10n+15n^2$; 5) a^2-9; 8) a^3+64;

3) $8ab+12bc$; 6) $x^2+10x+25$; 9) b^3-1.

§ 3. Бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү

Бөлүмдөрү бирдей жөнөкөй бөлчөктөрдү кошкондо алардын алымдарын кошушат, ал эми бөлүмүн өзгөрүүсүз калтырышат.

Мисалы: $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}+\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7}$.

1-эреже. Бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү кошуу үчүн алардын алымдарын кошушат, ал эми бөлүмүн өзгөрүүсүз калтырат:

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \qquad (*)$$

Бул барабардык өзгөрмөнүн мүмкүн болгон маанилери, б. а. $c\neq0$, үчүн аткарыларын далилдейли.

Далилдөө. $\frac{a}{c}=m$, $\frac{b}{c}=n$ болсун. Анда тийиндинин аныктоосу боюнча $a=cm$, $b=cn$. Мындан $a+b=cm+cn=c(m+n)$ б.а. $a+b=c(m+n)$.

$c \neq 0$ болгондуктан, тийиндинин аныктоосу боюнча $m+n=\frac{a+b}{c}$.

Демек, $c \neq 0$ болсо, $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$, б. а. (*) формуласы далилденди.

Бул эреже бөлүмдөрү бирдей болгон каалагандай сандагы бөлчөктөрдү кошкондо да колдонулат.

Бөлүмдөрү бирдей болгон бөлчөктөрдү кемитүү амалы кошуу амалындай эле жүргүзүлөт.

Каалагандай a, b жана c сандары, (мында $c \neq 0$) үчүн

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

барабардыгынын аткарыларын далилдейли.

Далилдөө. Бул үчүн $\frac{a-b}{c}$ жана $\frac{b}{c}$ бөлчөктөрүнүн суммасы $\frac{a}{c}$ экенин далилдейли. Чындыгында эле 1-эреже боюнча

$$\frac{a-b}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a-b+b}{c}=\frac{a}{c}.$$

Далилденген теңдештиктен бөлүмдөрү бирдей болгон бөлчөктөрдү кемитүү эрежеси келип чыгат.

2-эреже. Бөлүмдөрү бирдей болгон бөлчөктөрдү кемитүү үчүн биринчи бөлчөктүн алымынан экинчи бөлчөктүн алымын кемитип, ал эми бөлүмүн өзгөрүүсүз калтыруу керек.

1-мисал. $\frac{3a-7b}{15ab}$ жана $\frac{2a+2b}{15ab}$ бөлчөктөрүн кошолу:

$$\frac{3a-7b}{15ab}+\frac{2a+2b}{15ab}=\frac{3a-7b+2a+2b}{15ab}=\frac{5a-5b}{15ab}=\frac{5(a-b)}{15ab}=\frac{a-b}{3ab}.$$

2-мисал. $\frac{a^2+9}{5a-15}$ бөлчөгүнөн $\frac{6a}{5a-15}$ бөлчөгүн кемители:

$$\frac{a^2+9}{5a-15}-\frac{6a}{5a-15}=\frac{a^2+9-6a}{5a-15}=\frac{(a-3)^2}{5(a-3)}=\frac{a-3}{5}.$$

3-мисал. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

$$\frac{x^2-3}{x^2+2x}+\frac{2}{x^2+2x}-\frac{2x-1}{x^2+2x}.$$

Бул жерде бөлчөктөрдү кошууну жана кемитүүнү айрымдап жүргүзбөстөн, бирге аткаралы:

$$\frac{x^2-3}{x^2+2x}+\frac{2}{x^2+2x}-\frac{2x-1}{x^2+2x}=\frac{x^2-3+2-(2x-1)}{x^2+2x}=\frac{x^2-1-2x+1}{x^2+2x}=\frac{x^2-2x}{x^2+2x}=$$

$$=\frac{x(x-2)}{x(x+2)}=\frac{x-2}{x+2}.$$

4-мисал. $\frac{3a}{2x-a}$ жана $\frac{6x}{a-2x}$ бөлчөктөрүн кошолу.

Бөлчөктөрдүн бөлүмдөрү бири-бирине карама-каршы белгидеги туюнтмалар. Ошондуктан экинчи бөлчөктүн бөлүмүн биринчи бөлчөктүн бөлүмүнө келтирели:

$$\frac{6x}{a-2x}=-\frac{6x}{2x-a}.$$

Эми бөлүмдөрү бирдей болгон бөлчөктөрдү кемитүү эрежесин колдонсо болот:

$$\frac{3a}{2x-a}+\frac{6x}{a-2x}=\frac{3a}{2x-a}-\frac{6x}{2x-a}=\frac{3a-6x}{2x-a}=\frac{-3(2x-a)}{2x-a}=-3.$$

КӨНҮГҮҮЛӨР

45. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}$; 3) $\frac{a}{y}+\frac{2a}{y}$; 5) $\frac{x+y}{9}-\frac{x}{9}$;

2) $\frac{a}{5}-\frac{b}{5}$; 4) $\frac{5b^2}{a}-\frac{13b^2}{a}$; 6) $\frac{2c-x}{b}-\frac{x}{b}$.

46. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{m}{p}-\frac{m-p}{p}$; 3) $\frac{x+5}{9}-\frac{x+2}{9}$; 5) $\frac{7y-13}{10y}-\frac{2y=3}{10y}$;

2) $\frac{a+b}{6}-\frac{a-2b}{6}$; 4) $\frac{11x-5}{14x}+\frac{3x-2}{14x}$; 6) $\frac{8c+25}{6c}+\frac{5-2c}{6c}$.

47. Туюнтмаларды бөлчөккө өзгөрткүлө:

1) $\frac{2x-3y}{4xy}+\frac{11y-2x}{4xy}$; 4) $\frac{a-2}{8a}+\frac{2a+5}{8a}-\frac{3-a}{8a}$;

2) $\frac{5a+b^5}{8b}-\frac{5a-7b^5}{8b}$; 5) $\frac{7y-5}{12y}-\frac{10y-19}{12y}+\frac{10-15y}{12y}$;

3) $\frac{3x-y^4}{4y^5}-\frac{y^4+3x}{4y^5}$; 6) $\frac{11a-2b}{4a}+\frac{2a-3b}{4a}-\frac{a-b}{4a}$.

48. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө (48–49):

1) $\frac{17-12x}{x}+\frac{10-x}{x}$; 5) $\frac{3p-q}{5p}-\frac{2p+6q}{5p}+\frac{p-4q}{5p}$;

2) $\frac{12p-1}{3p^2}-\frac{1-3p}{3p^2}$; 6) $\frac{5c-2d}{4c}-\frac{3d}{4c}+\frac{d-5c}{4c}$;

3) $\frac{6y-3}{5y}-\frac{y+2}{5y}$; 7) $\frac{2a}{b}-\frac{1-6a}{b}+\frac{13-8a}{b}$;

4) $\frac{b}{6}-\frac{3a-2b}{6}$; 8) $\frac{4b-2}{3b}-\frac{2b-1}{3b}+\frac{1}{3b}$.

49. 1) $\frac{16}{x-4}-\frac{x^2}{x-4}$; 4) $\frac{x-3}{x^2-64}+\frac{11}{x^2-64}$;

2) $\frac{25}{a+5}-\frac{a^2}{a+5}$; 5) $\frac{2a-b}{(a-b)^2}+\frac{2b-5a}{(a-b)^2}$;

3) $\frac{3a-1}{a^2-b^2}-\frac{3b-1}{a^2-b^2}$;

6) $\frac{13x+6y}{(x+y)^2}-\frac{11x+4y}{(x+y)^2}$.

50. Далилдегиле:

1) $\frac{(a+b)^2}{ab}-\frac{(a-b)^2}{ab}$ туюнтмасы 4кө теңдеш барабар экенин;

2) $\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}+\frac{(a-b)^2}{a^2+b^2}$ туюнтмасы 2ге теңдеш барабар экенин.

51. Туюнтмалардын маанисин тапкыла:

1) $\frac{x^2+1}{x-3}-\frac{10}{x-3}$, эгер $x = 97$ болсо;

2) $\frac{y+7}{y^2-25}-\frac{2y+2}{y^2-25}$, эгер $y = -5{,}1$ болсо.

52. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{x}{y-1}+\frac{5}{1-y}$; 3) $\frac{2m}{m-n}+\frac{2n}{m-n}$; 5) $\frac{a^2+16}{a-4}+\frac{8a}{a-4}$;

2) $\frac{a}{c-3}-\frac{6}{3-c}$; 4) $\frac{5p}{2q-p}+\frac{10q}{p-2q}$; 6) $\frac{x^2+9y}{x-3y}+\frac{6xy^2}{3y-x}$.

53. Бөлчөктөрдү кошууну же кемитүүнү аткаргыла:

1) $\frac{10p}{p-q}+\frac{3p}{q-p}$; 3) $\frac{x-3}{x-1}-\frac{2}{1-x}$; 5) $\frac{a}{a^2-9}+\frac{3}{9-a^2}$;

2) $\frac{5a}{a-b}+\frac{5b}{b-a}$; 4) $\frac{a}{2a-b}+\frac{3a-b}{b-2a}$; 6) $\frac{y^2}{y-1}+\frac{1}{1-y}$.

54. x тин мүмкүн болгон бардык маанилеринде төмөнкү туюнтмалар x тен көз каранды эмес экенин далилдегиле:

1) $\frac{3x+5}{2x-1}+\frac{7x+3}{1-2x}$;

2) $\frac{5x+1}{5x-20}+\frac{x+17}{20-5x}$.

55. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{x^2}{(x-5)^2}-\frac{25}{(5-x)^2}$;

2) $\frac{x^2+25}{(x-5)^2}-\frac{10x}{(5-x)^2}$.

56. $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$ теңдештигин колдонуп, төмөнкү берилген бөлчөктү бөлчөктөрдүн суммасы түрүндө жазгыла:

1) $\frac{a+b}{x}$; 2) $\frac{2a^2+a}{y}$; 3) $\frac{x^2+6y^2}{2xy}$; 4) $\frac{12a+y^2}{6ay}$.

57. Төмөнкү берилген бөлчөктү бөлчөктөрдүн суммасы же айырмасы түрүндө жазгыла:

1) $\frac{x^2+y^2}{x^4}$; 2) $\frac{2x-y}{b}$; 3) $\frac{a^2+1}{2a}$; 4) $\frac{a^2-3ab}{a^3}$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

58. $\frac{3a^2}{2a-1}$ бөлчөктүн: 1) $a=2$ болгондо; 2) $a=-\frac{1}{3}$ болгондогу маанилерин тапкыла.

59. Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $3(5x-4)-8x=4x+9$;

2) $19x-8(x-3)=66-3x$;

3) $0{,}2(0{,}7x-5)+0{,}02=1{,}4(x-1{,}6)$;

4) $2{,}7(0{,}1x+3{,}2)+0{,}6(1{,}3-x)=16{,}02$.

60. Көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

1) $8x4-16x3y$;	5) $x3-125$;
2) $15xy5+10y2$;	6) $y3+8$;
3) $8a2-50y2$;	7) $ab+8a+9b+72$;
4) $18b2-98a2$;	8) $6m-12-2n+mn$.

61. Туюнтмалардагы өзгөрмөнүн мүмкүн болгон маанилерин көрсөткүлө:

1) $\frac{3a}{2a+25}$; 2) $\frac{2y}{9+y^2}$; 3) $\frac{5x}{3x(x+12)}$; 4) $\frac{7a}{(a+1)(a-4)}$.

62. Теңдеменин туура жообун көрсөткүлө: $5(3x-4)-8x=x-2$

1) -3; 2) 1; 3) 3.

§4. Бөлүмдөрү түрдүү бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү

Бөлүмдөрү түрдүү бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүүгө келтирилет.

$\frac{a}{b}$ жана $\frac{c}{d}$ бөлчөктөрүн кошуу керек болсун. Бул бөлчөктөрдү жалпы бөлүмгө келтиребиз. Ал үчүн биринчи бөлчөктүн алымын да, бөлүмүн да d га, экинчи бөлчөктүн алымын да, бөлүмүн да b га көбөйтөбүз:

$$\frac{a}{b}=\frac{ad}{bd},\ \frac{c}{d}=\frac{bc}{bd}.$$

Эми бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү кошуу эрежесин колдонсо болот:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}.$$

Ошентип, $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}.$

Бөлүмдөрү түрдүү болгон бөлчөктөрдү кемитүү дагы ушундай эле жүргүзүлөт:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{bc}{bd}=\frac{ad-bc}{bd}.$$

Ошентип, $\frac{a}{c}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}.$

Бөлүмдөрү түрдүү бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүүдө жалпы бөлүмдү таптык, б. а. бөлүмдөрдү көбөйтүп, алымдарын бөлүмдөрүнө кайчылаш көбөйтүп, кошуп (кемитип) алдык.

Бөлүмдөрү түрдүү бөлчөктөрдү кошууда же кемитүүдө, көп учурларда, бөлүмдөрүн көбөйтүүнүн ордуна, алардын эң кичине жалпы бөлүмүн табууга туура келет.

1-мисал. $\frac{x}{4a^3b^2}$ жана $\frac{5}{6ab^4}$ бөлчөктөрүн кошолу.

Бөлчөктөрдүн бөлүмдөрү бир мүчөлөр. Эң кичине жалпы бөлүмү $12a^3b^4$ болот. Мында 12 саны берилген бөлчөктөрдүн бөлүмдөрүндөгү коэффициенттеринин (4 менен 6) эң кичине жалпы бөлүнүүчүсү, ал эми a, b өзгөрмөлөрү эң чоң көрсөткүчтөрү менен алынды. Анда $12a^3\cdot b^4:4a^3b^2=3b^2$; $12a^3\cdot b^4:6ab^4=2a^2$. Демек,

$$\frac{x}{4a^3b^2}+\frac{5}{6ab^4}=\frac{x\cdot 3b^2+5\cdot 2a^2}{12a^3b^4}=\frac{3b^2x+10a^2}{12a^3b^4}.$$

2-мисал. $\frac{a+3}{a^2+ab}-\frac{b-3}{ab+b^2}$ айырмасын өзгөртүп түзгүлө.

Жалпы бөлүмдү табуу үчүн, ар бир бөлчөктүн бөлүмүн көбөйтүүчүлөргө ажыраталы:

$$\frac{a+3}{a^2+ab}-\frac{b-3}{ab+b^2}=\frac{a+3}{a(a+b)}-\frac{b-3}{b(a+b)}.$$

Эң кичине жалпы бөлүм $ab(a+b)$ туюнтмасы боло алат. Бул бөлчөктөрдүн алымдарына жана бөлүмдөрүнө болгон кошумча көбөйтүүчүлөр тиешелүү түрдө b жана a болот.

Анда

$$\frac{a+3}{a^2+ab}-\frac{b-3}{ab+b^2}=\frac{a+3}{a(a+b)}-\frac{b-3}{b(a+b)}=\frac{(a+3)b-(b-3)a}{ab(a+b)}=$$

$$=\frac{ab+3b-ab+3a}{ab(a+b)}=\frac{3(a+b)}{ab(a+b)}=\frac{3}{ab}.$$

Бүтүн туюнтма менен бөлчөктүн суммасынан же айырмасынан турган рационалдык туюнтманы өзгөртүү, бөлчөктөрдүн суммасын же айырмасын өзгөртүүгө келтирилет.

3-мисал. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө: $a-1-\frac{a^3-3}{a+1}$.

$a-1$ туюнтмасын бөлүмү 1 болгон бөлчөк түрүндө жазып, бөлчөктөрдү кемители:

$$a-1-\frac{a^3-3}{a+1}=\frac{(a-1)(a+1)-(a^2-3)}{a+1}=\frac{a^2-1-a^2+3}{a+1}=\frac{2}{a+1}.$$

КӨНҮГҮҮЛӨР

63. Бөлчөктөрдү кошууну же кемитүүнү аткаргыла:

1) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}$; 4) $\frac{a}{b}-\frac{b^2}{a}$; 7) $\frac{5x}{8y}+\frac{x}{4y}$;

2) $\frac{c}{4}-\frac{d}{12}$; 5) $\frac{3}{2x}-\frac{2}{3x}$; 8) $\frac{17y}{24c}-\frac{25y}{36c}$;

3) $\frac{p}{q}+\frac{q}{p}$; 6) $\frac{a}{5c}+\frac{3a}{4c}$; 9) $\frac{5a}{18b}-\frac{7a}{45b}$.

64. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{5y-3}{6y}+\frac{y+2}{4y}$; 3) $\frac{b+2}{15b}-\frac{3c-5}{45c}$;

2) $\frac{3x+5}{35x}+\frac{x-3}{21x}$; 4) $\frac{8b+y}{40b}-\frac{6y+b}{30y}$.

65. Туюнтмаларды бөлчөккө өзгөрткүлө:

1) $\frac{3x}{4}-\frac{5x}{9}$; 3) $\frac{7a}{12b}-\frac{2a}{15b}$; 5) $\frac{15a-b}{12a}-\frac{a-4b}{9a}$;

2) $\frac{6a}{5}-\frac{3a}{4}$; 4) $\frac{9p}{10}-\frac{7p}{12}$; 6) $\frac{7x+4}{8y}-\frac{3x-1}{6y}$.

66. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{b}{a^2}-\frac{1}{a}$; 3) $\frac{1}{2a^7}+\frac{4-2a^3}{a^{10}}$; 5) $\frac{2a-3b}{a^2b}+\frac{4a-5b}{ab^2}$;

2) $\frac{1-x}{x^3}+\frac{1}{x^2}$; 4) $\frac{a+b}{a^2}+\frac{a-b}{ab}$; 6) $\frac{x-2y}{xy^2}-\frac{2y-x}{x^2y}$.

67. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{2xy-1}{4x^3}-\frac{3y-x}{6x^2}$;   3) $\frac{1}{3a^3}-\frac{2}{5a^5}$;

2) $\frac{1-b^2}{3ab}+\frac{2b^3-1}{6ab^2}$;   4) $\frac{b^2}{6x^5}-\frac{b}{3x^6}$.

68. Туюнтмаларды бөлчөккө өзгөрткүлө:

1) $\frac{1}{ab}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{ab}$;   3) $\frac{b-a}{ab}+\frac{c-b}{bc}-\frac{c-a}{ac}$;

2) $\frac{ab-b}{a}-\frac{ab-a}{b}-\frac{a^2-b^2}{ab}$;   4) $\frac{3ab+2b^2}{ab}-\frac{a+2b}{a}+\frac{a-2b}{b}$.

69. Бөлчөктөрдү кемитүүнү аткаргыла:

1) $\frac{x-y}{xy}-\frac{x-z}{xz}$;   3) $\frac{p-q}{p^3q^2}-\frac{p+q}{p^2q^3}$;   5) $\frac{3b+2c}{9b^2c}-\frac{2c-5b}{6bc^2}$;

2) $\frac{a-2b}{3b}-\frac{b-2a}{3a}$;   4) $\frac{3m-n}{3m^2n}-\frac{2n-m}{2mn^2}$;   6) $\frac{2x-7y}{2x^2y}-\frac{5y-8x}{5xy^2}$.

70. Туюнтмаларды бөлчөккө өзгөрткүлө (70–71):

1) $x+\frac{1}{y}$;   3) $3a-\frac{a}{4}$;   5) $\frac{a^2+b}{a}-a$;   7) $\frac{(a-b)^2}{2a}+b$;

2) $\frac{1}{a}-a$;   4) $5b-\frac{2}{b}$;   6) $2p-\frac{4p^2+1}{2p}$;   8) $c-\frac{(b+c)^2}{2b}$.

71. 1) $5-\frac{c}{2}$;   3) $a+b-\frac{a-3}{3}$;

2) $5y^2-\frac{15y^2-1}{3}$;   4) $\frac{2b^2-1}{b}-b+5$.

72. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $1-\frac{a}{5}-\frac{b}{4}$;   4) $4a-\frac{a-1}{4}-\frac{a+2}{3}$;

2) $12-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$;   5) $\frac{a+b}{4}-a+b$;

3) $\frac{a-2}{2}-1-\frac{a-3}{3}$;   6) $a+b-\frac{a^2+b^2}{a}$.

73. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $x-\frac{x-y}{2}+\frac{x+y}{4}$;   3) $3-\frac{2x-y}{4}+\frac{x+4y}{12}$;

2) $\frac{3}{x}-2-\frac{5}{x}$;   4) $\frac{6a-4b}{5}-\frac{b+7a}{3}-2$.

74. Бөлчөк түрүндө жазгыла (74–75):

1) $\frac{b-c}{b}+\frac{b}{b+c}$;
2) $\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+3}{x}$;
3) $\frac{m}{m-n}-\frac{n}{m+n}$;
4) $\frac{2a}{2a-1}-\frac{1}{2a+1}$;
5) $\frac{a}{a+2}-\frac{a}{a-2}$;
6) $\frac{p}{3p-1}-\frac{p}{3p+1}$.

75. 1) $\frac{3x}{5(x+y)}-\frac{2y}{3(x+y)}$;
2) $\frac{a^2}{5(a-b)}-\frac{b^2}{4(a-b)}$;
3) $\frac{3}{ax-ay}+\frac{2}{by-bx}$;
4) $\frac{13\,c}{bm-bn}-\frac{12\,b}{cn-cm}$;
5) $\frac{a}{2x+4}-\frac{a}{3x+6}$;
6) $\frac{p}{7a-14}+\frac{1}{2-a}$.

76. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{p}{2x+1}-\frac{p}{3x-2}$;
2) $\frac{6a}{x-2y}+\frac{2a}{x+y}$;
3) $\frac{a}{5x-10}+\frac{a}{6x-12}$;
4) $\frac{5b}{12a-36}-\frac{b}{48-16a}$.

77. y тин мүмкүн болгон бардык маанилеринде төмөнкү туюнтмалар y тен көз каранды эмес экенин далилдегиле:

1) $\frac{5y+3}{2y+2}-\frac{7y+4}{3y+3}$;
2) $\frac{11y+13}{3y-3}+\frac{15y+17}{4-4y}$.

78. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө (78–79):

1) $\frac{a^2}{ax-x^2}+\frac{x}{x-a}$;
2) $\frac{b^2-4by}{2y^2-by}-\frac{4y}{b-2y}$;
3) $\frac{b}{2a^2-ab}-\frac{4a}{2ab-b^2}$;
4) $\frac{4y}{3x^2+2xy}-\frac{9x}{3xy+2x^2}$.

79. 1) $\frac{x-25}{5x-25}+\frac{3x+5}{x^2-5x}$;
2) $\frac{12-y}{6y-36}-\frac{6}{y^2-6y}$;
3) $\frac{1}{a^2+ba}+\frac{1}{ab+b^2}$;
4) $\frac{1}{b^2-ab}-\frac{1}{ba-a^2}$.

80. Туюнтмаларды бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $1-\frac{a+b}{a-b}$;
2) $\frac{a^2+b^2}{a-b}-a$;
3) $m-n+\frac{n^2}{m+n}$;
4) $a+b-\frac{a^2+b^2}{a+b}$;
5) $x-\frac{9}{x+3}-3$;
6) $a^2-\frac{a^4+1}{a^2-1}+1$.

81. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{x^2-3xy}{(x+y)(x-y)}+\frac{y}{x-y}$;
2) $\frac{c}{b-c}+\frac{b^2-3bc}{b^2-c^2}$;
3) $\frac{a-2y}{a+y}-\frac{y^2-5ay}{a^2-y^2}$;
4) $\frac{a+3}{a^2-1}-\frac{1}{a^2+a}$.

82. Туюнтмаларды бөлчөккө өзгөрткүлө:

1) $\frac{b-6}{4-b^2}+\frac{2}{2b-b^2}$;

2) $\frac{b}{ab-5a^2}-\frac{15b-25a}{b^2-25a^2}$;

3) $\frac{x-12a}{x^2-16a^2}-\frac{4a}{4ax-x^2}$;

4) $\frac{a-30y}{a^2-100y^2}-\frac{10y}{10ay-a^2}$.

83. Бөлчөктөрдөгү кемитүүнү аткаргыла:

1) $\frac{a^2+3a}{ab-5b+8a-40}-\frac{a}{b+8}$;

2) $\frac{y}{3x-2}-\frac{3y}{6xy+9x-4y-6}$.

84. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{x^2}{3ax-2-x+6a}-\frac{x}{3a-1}$;

2) $\frac{3x}{2y+3}+\frac{x^2+3x}{4xy-3-2y+6x}$.

85. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{a+4}{a^2-2a}-\frac{a}{a^2-4}$;

2) $\frac{4-x^2}{16-x^2}-\frac{x+1}{x+4}$;

3) $\frac{3}{2b+1}+\frac{b+7}{1-4b^2}$;

4) $\frac{5b}{4a-5}+\frac{16ab+30b}{25-16a^2}$;

5) $\frac{(a+b)^2}{a^2+ab}+\frac{(a+b)^2}{a^2-ab}$;

6) $\frac{x^2-4}{5x-10}-\frac{x^2+4x+4}{5x+10}$.

86. Туюнтмаларды кыскарткыла жана анын маанисин $x=-1,5$ болгондо тапкыла:

1) $\frac{x+1}{x^2-x}-\frac{x+2}{x^2-1}$;

2) $\frac{x-2}{x^2+3x}-\frac{1+x}{x^2-9}$.

87. Бөлчөк түрүндө жазгыла (87-88):

1) $\frac{4}{y+2}-\frac{3}{y-2}+\frac{12}{y^2-4}$;

2) $\frac{a}{a-6}-\frac{3}{a+6}+\frac{a^2}{36-a^2}$;

3) $\frac{x^2}{(x-y)^2}-\frac{x+y}{2x-2y}$;

4) $\frac{b}{(a-b)^2}-\frac{a+b}{b^2-ab}$.

88. **1)** $\frac{2a+b}{2a^2-ab}-\frac{16a}{4a^2-b^2}-\frac{2a-b}{2a^2+ab}$;

2) $\frac{1}{(a-3)^2}-\frac{2}{a^2-9}+\frac{1}{(a+3)^2}$;

3) $\frac{x-2}{x^2+2x+4}-\frac{6x}{x^3-8}+\frac{1}{x-2}$;

4) $\frac{2a^2+7a+3}{a^3-1}-\frac{1-2a}{a^2+a+1}-\frac{3}{a-1}$.

89. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{a^2+b^2}{a^3+b^3}-\frac{1}{a+b}$;

2) $\frac{1}{p-q}-\frac{3pq}{p^3-q^3}$;

3) $\frac{1-a}{a^2-a+1}+\frac{a^2}{a^3+1}$;

4) $\frac{6a^3+48a}{a^3+64}-\frac{3a^2}{a^2-4a+16}$.

90. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{1}{a-4b}-\frac{1}{a+4b}-\frac{2a}{16b^2-a^2}$; 3) $\frac{1}{2x-b}+\frac{6bx}{b^3-8x^3}$;

2) $\frac{1}{2b-2a}+\frac{1}{2b+2a}+\frac{a^2}{a^2b-b^3}$; 4) $\frac{2y^2+16}{y^3+8}-\frac{2}{y+2}$.

91. Өзгөрмөнүн мүмкүн болгон бардык маанилеринде төмөнкү туюнтманын мааниси:

1) $\frac{x^3+3x}{x+2}-\frac{3x^2-14x+16}{x^2-4}+2x$ оң сан экенин;

2) $y+\frac{2y^2+3y+1}{y^2-1}-\frac{y^3+2y}{y-1}$ терс сан экенин далилдегиле.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

92. $\frac{2x^2+x-1}{4x^2-3x+2}$ бөлчөгүнүн 1) $x=\frac{1}{2}$; 2) $x=-1$ болгондо маанисин тапкыла.

93. Функция $y=\frac{2x-5}{3}$ формуласы менен берилген. x өзгөрмөсү –2ге; 0го; 16га барабар болгондо функциянын мааниси канчага барабар? x тин кандай маанилеринде функция 3; 0; –9 га барабар болот?

94. Функция $y=\frac{1}{2}x-4$ формуласы менен берилген. Графигин түзгүлө. График боюнча: 1) x саны 6 га; –6 га барабар болгондо функциянын маанисин; 2) x тин кандай маанилеринде функция –2; 0 гө барабар болорун тапкыла.

95. Бир эле координата системасында $y=-4x+1$ жана $y=2x-3$ функцияларынын графигин түзгүлө жана алардын кесилишүү чекитин тапкыла. Ушул эле маселени графиктерди түзбөстөн чыгаргыла. Алынган жыйынтыктарды салыштыргыла.

§ 5. Бөлчөктөрдү көбөйтүү. Бөлчөктөрдү даражага көтөрүү

Жөнөкөй бөлчөктөрдү көбөйткөндө алардын алымдарын көбөйтүп алымына жана бөлүмдөрүн көбөйтүп бөлүмүнө жазышат:

Мисалы: $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{2\cdot4}{3\cdot5}=\frac{8}{15}$.

Каалагандай $\frac{a}{b}$ жана $\frac{c}{d}$ бөлчөктөрүн ушул сыяктуу эле көбөйтүшөт:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}.$$

Бул барабардык өзгөрмөлөрдүн бардык мүмкүн болгон маанилери б. а. $b\neq0$, $d\neq0$, үчүн аткарыларын далилдейли.

Далилдөө. $\frac{a}{b}=m$, $\frac{c}{d}=n$ болсун. Анда тийиндинин аныктоосу боюнча $a=bm$, $c=dn$. Мындан $ac=(bm)(dn)=(bd)(nm)$. $bd\neq0$ болгондуктан, $ac=(bd)(nm)$ барабардыгынан $mn=\frac{ac}{bd}$.

Демек, $b\neq0$, $d\neq0$ болгондо $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{ac}{bd}$.

Бул алынган теңдештиктен бөлчөктөрдү көбөйтүү **эрежеси** келип чыгат:

Бөлчөктү бөлчөккө көбөйтүү үчүн алардын алымдарын көбөйтүп алымына жана бөлүмдөрүн көбөйтүп бөлүмүнө жазуу керек.

1-мисал. $\frac{a^3}{4b^2}$ бөлчөгүн $\frac{6b}{a^2}$ бөлчөгүнө көбөйткүлө:

Бөлчөктөрдү көбөйтүү эрежесин колдонолу:

$$\frac{a^3}{4b^2}\cdot\frac{6b}{a^2}=\frac{a^3\cdot6b}{4b^2\cdot a^2}\cdot\frac{3a}{2b}.$$

2-мисал. $\frac{pm+2p}{m}$ бөлчөгүн $\frac{pm^2}{m^2-4}$ бөлчөгүнө көбөйтөлү.

$$\frac{pm+2p}{m}\cdot\frac{pm^2}{m^2-4}=\frac{p(m+2)pm^2}{m(m-2)(m+2)}=\frac{p^2m}{m-2}.$$

3-мисал. $\frac{x+a}{x-a}$ бөлчөгүн x^2-a^2 көп мүчөсүнө көбөйтөлү. Бөлчөктү көп мүчөгө көбөйткөндө бул көп мүчөнү бөлчөк түрүндө жазышат да бөлчөктөрдү көбөйтүү эрежесин колдонушат:

$$\frac{x+a}{x-a}\cdot(x^2-a^2)=\frac{x+a}{x-a}\cdot\frac{x^2-a^2}{1}=\frac{(x+a)(x-a)(x+a)}{x-a}=(x+a)^2.$$

Бөлчөктөрдү көбөйтүү эрежеси үч жана андан көп көбөйтүүчүлөрү бар көбөйтүндүгө да тиешелүү. Мисалы:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{m}{n}=\frac{ac}{bd}\cdot\frac{m}{n}=\frac{acm}{bdn}.$$

Бөлчөктү даражага көтөрүү маселесин карайлы. $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ туюнтмасын б. а. $\frac{a}{b}$ бөлчөгүнүн n-даражасын өзгөртөлү.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

болорун далилдейли.

Далилдөө. Даражанын аныктоосу боюнча

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}}_{n\text{ жолу}}$$

Бөлчөктөрдү көбөйтүү эрежеси жана даражанын аныктоосу боюнча

Демек,
$$\underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}}_{n\ \text{жолу}}=\frac{\overbrace{a\cdot a\ldots\cdot a}^{n\ \text{жолу}}}{\underbrace{b\cdot b\cdot\ldots\cdot b}_{n\ \text{жолу}}}=\frac{a^n}{b^n}.$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.$$

Бул далилденген теңдештиктен бөлчөктү даражага көтөрүү **эрежеси** келип чыгат:

Бөлчөктү даражага көтөрүү үчүн анын алымын жана бөлүмүн өз-өзүнчө ошол даражага көтөрүп коюу жетиштүү.

4-мисал. $\frac{2a^2}{b^4}$ бөлчөгүн үчүнчү даражага көтөрөлү. Даражага көтөрүү эрежеси боюнча $\left(\frac{2a^2}{b^4}\right)^3=\frac{(2a^2)^3}{(b^4)^3}=\frac{8a^6}{b^{12}}$.

КӨНҮГҮҮЛӨР

96. Көбөйтүүнү аткаргыла:

1) $\frac{5}{3a}\cdot\frac{2b}{3}$; 3) $\frac{3x}{4}\cdot\frac{1}{x}$; 5) $\frac{b^2}{10}\cdot\frac{5}{b}$; 7) $\frac{12x^5}{25}\cdot\frac{15}{8x^2}$;

2) $\frac{5a}{8y}\cdot\frac{7}{10}$; 4) $\frac{9}{2a}\cdot\frac{5a}{3}$; 6) $\frac{18}{c^4}\cdot\frac{c^3}{24}$; 8) $\frac{3}{4a^3}\cdot\frac{16a^2}{9}$.

97. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{3x}{4y}\cdot\frac{10}{3x^2}$; 3) $\frac{m^2}{16}\cdot\frac{24}{mn}$; 5) $\frac{7a^3}{24b}\cdot 8b^2$;

2) $\frac{2{,}5}{2a^2}\cdot\frac{4a^3}{5b^2}$; 4) $\frac{1}{9x^3}\cdot\frac{3x}{2a^2}$; 6) $14ac\cdot\frac{1}{21b^3}$.

98. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{12}{5x}\cdot\frac{x^3}{12a}$; 2) $\frac{8c^2}{15m}\cdot\frac{1}{4c^2}$; 3) $\frac{11a^4}{6}\cdot\frac{12b}{a^5}$; 4) $\frac{4n^2}{3m^2}\cdot\frac{9m}{2}$.

99. Туюнтмаларды бөлчөккө өзгөрткүлө:

1) $15x^2\cdot\frac{7}{6x^3}$; 2) $\frac{25}{16y^2}\cdot 2y^3$; 3) $6am^2\cdot\frac{4a}{3m^3}$; 4) $\frac{2b}{5a^3}\cdot 10a^2$.

100. Көбөйтүүнү аткаргыла:

1) $\frac{14a^2b}{3x^3}\cdot\frac{8x^2}{21a^2b}$; 4) $\frac{2m^3}{35a^3b^2}\cdot\left(-\frac{7a^2b}{6m^3}\right)$;

2) $\frac{9a^2}{25x^2y}\cdot\frac{5ax}{6y}$; 5) $\frac{13x}{12mn^2}\cdot 4m^2n$;

3) $-\frac{10x^2y^2}{9a^2}\cdot\frac{27a^3}{5xy}$;

6) $-ab\cdot(-\frac{11x^2}{3a^2b^2})$.

101. Даражага көтөргүлө:

1) $(\frac{x}{2y})^3$; 2) $(\frac{3a}{c})^4$; 3) $(\frac{n^2}{10m})^3$; 4) $(\frac{9a^3}{2b^2})^2$.

102. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $(\frac{x^3}{y^2})^2$; 3) $(\frac{5a^3}{3b^2})^4$; 5) $(\frac{x^2y^4}{4m^3})^5$; 7) $(-\frac{10m^2}{n^2p})^3$;

2) $(\frac{2a^2}{b^3})^3$; 4) $(\frac{2x^2}{3y^3})^5$; 6) $(\frac{3a^2}{b^2c})^4$; 8) $(-\frac{b^3c^2}{8a^3})^2$.

103. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{x^2-xy}{y}\cdot\frac{y^2}{x}$; 3) $\frac{m-n}{mn}\cdot\frac{2mn}{mn-m^2}$; 5) $\frac{ma-mb}{3n^2}\cdot\frac{2m}{nb-na}$;

2) $\frac{3a}{b^2}\cdot\frac{ab+b^2}{9}$; 4) $\frac{4ab}{cx+dx}\cdot\frac{ax+bx}{2ab}$; 6) $\frac{ax-ay}{5x^2y^2}\cdot(-\frac{5xy}{by-bx})$.

104. Көбөйтүүнү аткаргыла:

1) $(3a-15b)\cdot\frac{8}{a^2-25b^2}$;

3) $\frac{y}{3y^2-12}\cdot(y^2-4y+4)$;

2) $(x^2-4)\cdot\frac{2x}{(x+2)^2}$;

4) $\frac{2ab}{a^2-6ab+9b^2}\cdot(a^2-9b^2)$

105. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{kx+k^2}{x^2}\cdot\frac{x}{x+k}$

3) $\frac{xy}{a^2+a^3}\cdot\frac{a+a^2}{x^2y^2}$

2) $\frac{ax+ay}{xy^2}\cdot\frac{x^2y}{3x+3y}$

4) $\frac{6a}{x^2-x}\cdot\frac{2x-2}{3ax}$

106. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{x^2-y^2}{2xy}\cdot\frac{2x}{x+y}$

3) $\frac{y^2-16}{10xy}\cdot\frac{5y}{3y+12}$

2) $\frac{4x^2}{x^2-9}\cdot\frac{3a-ax}{4x}$

4) $\frac{b-a}{a}\cdot\frac{3ab}{a^2-b^2}$

107. Көбөйтүүнү аткаргыла:

1) $\frac{x^2-1}{5xy}\cdot\frac{x^2y}{1+x}$

3) $\frac{a^2-b^2}{a^2-3a}\cdot\frac{2a-6}{(a+b)^2}$

2) $\frac{8n^2}{m^2-16}\cdot\frac{m^2-4m}{6n}$

4) $\frac{bx+3b}{x^2-25}\cdot\frac{(x-5)^2}{ax+3a}$

108. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{mx^2-my^2}{2m+8}\cdot\frac{3m+12}{my+mx}$

4) $\frac{a^2-1}{a^3+1}\cdot\frac{a^2-a+1}{a^2+2a+1}$

2) $\frac{ax+ay}{x^2-2xy+y^2}\cdot\frac{x^2-xy}{7x+7y}$

5) $\frac{b^3-8}{b^2-9}\cdot\frac{b+3}{b^2+2b+4}$

3) $\frac{x^3-y^3}{x+y}\cdot\frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2}$ 6) $\frac{c^2+6c+9}{c^3+27}\cdot\frac{c^2-3c+9}{3c+9}$.

109. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{a^2-1}{a-b}\cdot\frac{7a-7b}{a^2+a}$;   3) $\frac{(x+3)^2}{2x-4}\cdot\frac{x^2-4}{3x+9}$;

2) $\frac{b^2+2bc}{b+3}\cdot\frac{5b+15}{b^2-4c^2}$;   4) $\frac{(y-5)^2}{2y+12}\cdot\frac{y^2-36}{2y-10}$.

110. Туюнтмалардын маанисин тапкыла:

1) $\frac{5mn-m}{4m+n}\cdot\frac{16m^2-n^2}{5n-1}$, эгер $m=\frac{1}{4}$, $n=-3$ болсо;

2) $\frac{(x+2)^2}{3x+9}\cdot\frac{2x+6}{x^2-4}$, эгер $x=0{,}5$; $x=-1{,}5$ болсо.

111. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{x^2-10x+25}{3x+12}\cdot\frac{x^2-16}{2x-10}$;   3) $\frac{y^2-25}{y^2+12y+36}\cdot\frac{3y+18}{2y+10}$;

2) $\frac{1-a^2}{4a+8b}\cdot\frac{a^2+4ab+4b^2}{3-3a}$;   4) $\frac{b^3+8}{18b^2+27b}\cdot\frac{2b+3}{b^2-2b+4}$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

112. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{2a+3c}{2a+c}-\frac{2b-3a}{3a+b}-\frac{2c(3a+b)}{6a^2+2ab+3ac+bc}$;

2) $\frac{a^2-4ac+3bc}{a^2-ab+bc-ac}+\frac{a+3b}{b-a}+\frac{a+2c}{a-c}$.

113. Велосипедчен биринчи 30 км ди v км/саат ылдамдык менен жана калган 17 км аралыкты андан 2 км/саат чоң ылдамдык менен жүрдү. Велосипедчен бардык жолду өткөнгө канча убакыт сарп кылды? Убакытты (саат менен) t тамгасы менен белгилегиле жана 1) $v=15$; 2) $v=18$ болгондо t ны тапкыла.

114. $y=1{,}2x+0{,}9$ жана $y=-1{,}3x+4{,}4$ функцияларынын графигин түзгүлө. Чиймеде графиктердин кесилишкен чекитин тапкыла. Кесилиш чекитинин абсцисса жана ординатасынын жакындатылган маанилеринин абсолюттук каталары канча?

115. x ти a жана b менен туюнткула:

1) $3x+b=a$;   3) $\frac{x}{a}+1=b$;

2) $b-7x=a-b$;   4) $b-\frac{x}{10}=a$.

§ 6. Бөлчөктөрдү бөлүү

Жөнөкөй бөлчөктөрдү бөлгөндө биринчи бөлчөктү экинчи бөлчөктүн тескерисине көбөйтүшөт. Мисалы:

$$\frac{3}{8}:\frac{2}{5}=\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{2}=\frac{15}{16}.$$

Башка каалагандай бөлчөктөрдү бөлүүнү дагы ушул сыяктуу эле аткарышат:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}.$$

Бул барабардык өзгөрмөлөрдүн бардык мүмкүн болгон маанилери б. а. $b\neq0$, $c\neq0$ жана $d\neq0$ үчүн аткарыларын далилдейли.

Далилдөө. Чындыгында эле

$$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}\right)\cdot\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{a}{b}\left(\frac{d}{c}\cdot\frac{c}{d}\right)=\frac{a}{b}\cdot1=\frac{a}{b}.$$

$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}\right)\cdot\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$ болгондуктан тийиндинин аныктоосу боюнча $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$.

Бул далилденген теңдештиктен бөлчөктөрдү бөлүү **эрежеси** келип чыгат:

Бөлчөктөрдү бөлүү үчүн биринчи бөлчөктү экинчи бөлчөктүн тескерисине көбөйтүү керек:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}.$$

1-мисал. $\frac{7a^2}{b^3}$ бөлчөгүн $\frac{14a}{b}$ бөлчөгүнө бөлөлү.

Бөлчөктөрдү бөлүү эрежесин колдонолу:

$$\frac{7a^2}{b^3}:\frac{14a}{b}=\frac{7a^2}{b^3}\cdot\frac{b}{14a}=\frac{a}{2b^2}.$$

2-мисал. $\frac{x-2}{x}$ бөлчөгүн $\frac{x+1}{x+2}$ бөлчөгүнө бөлөлү.

Анда

$$\frac{x-2}{x}:\frac{x+1}{x+2}=\frac{x-2}{x}\cdot\frac{x+2}{x+1}=\frac{x^2-4}{x^2+x}.$$

3-мисал. $\frac{a^2-9}{3y}$ бөлчөгүн $a+3$ көп мүчөсүнө бөлөлү. Бөлчөктү көп мүчөгө бөлгөндө ошол көп мүчөнү бөлчөк түрүндө жазышат да, бөлчөктөрдү бөлүү эрежесин колдонушат:

$$\frac{a^2-9}{3y}:(a+3)=\frac{a^2-9}{3y}:\frac{a+3}{1}=\frac{a^2-9}{3y}\cdot\frac{1}{a+3}=\frac{a-3}{3y}.$$

КӨНҮГҮҮЛӨР

116. Бөлүүнү аткаргыла:

1) $\frac{5m}{6n}:\frac{15m^2}{8}$; 5) $\frac{11x}{4y^2}:(22x^2)$;

2) $\frac{14}{9x^3}:\frac{7x}{2y^2}$;

3) $\frac{a^2}{12b}:\frac{ab}{36}$;

4) $\frac{3x}{10a^3}:\frac{1}{5a^2}$;

6) $27a^3:\frac{18a^4}{7b^2}$;

7) $\frac{18c^4}{7d}:(9c^2d)$;

8) $35x^5y:\frac{7x^3}{34}$.

117. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{6x^2}{5y}:\frac{3x}{10y^3}$;

2) $\frac{8c}{21d^2}:\frac{6c}{7d}$;

3) $\frac{12p^2}{7d^4}:\frac{6p^3}{35d^2}$;

4) $-\frac{9y^2}{20x^3}:\frac{y^5}{16x}$;

5) $\frac{3ab}{4xy}:(-\frac{21a^2b}{10x^2y})$;

6) $-\frac{18a^2b^2}{5cd}:-\frac{9ab^3}{5c^2d^4}$.

118. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{6x^2}{m^3n}:\frac{x}{3mn^2}$;

2) $\frac{35x^2y}{12ab}:\frac{7xy}{8ab^2}$;

3) $\frac{a^2b^3}{11mn^2}:(-\frac{4ab^3}{33mn})$;

4) $-\frac{6xy^2}{5ab}:(\frac{9x^2y^2}{10ab})$;

5) $\frac{8mx^2}{3y^3}:(4m^2x)$;

6) $15a^2bx:\frac{a^3b^2}{30x^2}$.

119. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{3x^2}{5y^3}:\frac{9x^3}{2y^2}\cdot\frac{5y}{3x}$;

2) $\frac{7p^4}{10q^3}\cdot\frac{5q}{14p^2}:\frac{3p}{4q^4}$;

3) $\frac{2ab}{3c^2d}:\frac{2c^2d}{9ab}:\frac{a^2b}{c^3d}$;

4) $\frac{8x^2y}{7ab^2}:\frac{4xy^2}{7a^2b}:\frac{2x^2y}{ab}$;

120. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{11m^4}{6n^2}\cdot\frac{5m}{6n^3}:\frac{11n^3}{12m^3}$;

2) $\frac{8x^3}{7y^3}:\frac{4x^4}{49y^2}:\frac{7x}{y^2}$;

3) $\frac{4c^3d^2}{9a^3x^3}:\frac{2cd^2}{3a^2x}:\frac{2cd}{3a^2x^2}$;

4) $\frac{2ax}{yz}:\frac{3bx}{bx}\cdot\frac{9b^2z}{8a^2xy}$;

121. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{m^3-3m}{8x^2}:\frac{3m}{8x}$;

2) $\frac{5a^2}{6b^3}:\frac{a^3}{ab-b^2}$;

3) $\frac{x^2+x^3}{11a^2}:\frac{4+4x}{a^3}$;

4) $\frac{6ax}{m^2-2m}:\frac{8ax}{3m-6}$;

5) $\frac{a^2-3ab}{3b}:(7a-21b)$;

6) $(x^2-4y^2):\frac{5x-10y}{x}$;

7) $(2a-b)^2:\frac{4a^3-ab^2}{3}$;

8) $(10m-15n):\frac{(2m-3n)^2}{2m}$.

122. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{x^2-4y^2}{xy}:\frac{x^2-2xy}{3y}$;

4) $\frac{3m^2-3n^2}{m^2+mn}:\frac{6m-6n}{p+m}$;

2) $\frac{ab^2}{a^2-1}:\frac{5b}{a-a^2}$;

3) $\frac{a^2-3a}{a^2-25}:\frac{a^2-9}{a^2+5a}$;

5) $(x+3y):(x^2-9y^2)$;

6) $(a^2-6ab+9b^2):(a^2-9b^2)$.

123. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{x^2-xy}{9y^2}:\frac{2x}{3y}$

2) $\frac{2a^3-a^2b}{36b^2}:\frac{2a}{9b^3}$

3) $(m^2-16n^2):\frac{3m+12}{mn}$

4) $(x^2-25y^2):(x^2+10xy+25y^2)$

5) $\frac{c^2+4c}{c^2-4}:\frac{3c+12}{c-2}$

6) $\frac{9p^2-1}{pq-2q}:\frac{1-3p}{3p-6}$

124. Бөлүүнү аткаргыла:

1) $\frac{3x+6y}{x^2-y}:\frac{5x+10y}{x^2-2xy+y^2}$

2) $\frac{a^2+4a+4}{16-b^4}:\frac{4-a^2}{4+b^2}$

3) $\frac{a^2+ax+x^2}{ax+2ay}:\frac{a^3-x^3}{bx+2by}$

4) $\frac{4m^2-25n^2}{m^3+8}:\frac{2m+5n}{m^2-2m+4}$

125. Туюнтмалардын маанисин тапкыла:

1) $\frac{4x^2-4x}{x+3}:(2x-2)$, эгер $x=2{,}5$; $x=-1$ болсо;

2) $(3a+6b):\frac{2a^2-8b^2}{a+b}$, эгер $a=26$, $b=-12$ болсо.

126. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{m^2+6m+9}{2x^2y}:\frac{am+3a}{4xy}$;

2) $\frac{ab^3}{7-7p}:\frac{a^2b^2}{1-2p+p^2}$;

3) $\frac{a^2+ax+x^2}{x-1}:\frac{a^3-x^3}{x^2-1}$;

4) $\frac{ap^2-9a}{p^3-8}:\frac{p+3}{2p-4}$;

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

127. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{2b}{2b+3}+\frac{5}{3-2b}-\frac{4b^2+9}{4b^2-9}$; 2) $\frac{c+6b}{ca+2bc-6ab-3a^2}+\frac{2b}{a^2+2ab}-\frac{b}{ca-3a^2}$.

128. Пристандан дарыянын агымына каршы, өзүнүн ылдамдыгы 10 км/саат болгон моторлуу кайык чыкты. 45 минутадан кийин кайыктын мотору бузулуп калды да, кайык дарыянын агымы менен 3 сааттан кийин кайра пристанга келди. Дарыянын агымынын ылдамдыгын тапкыла.

129. $y=\frac{ab}{2c}$ формуласынан:

1) c өзгөрмөсүн a, b жана y менен;

2) a өзгөрмөсүн b, c жана y менен туюнткула.

130. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$ формуласынан:

1) c өзгөрмөсүн a жана b өзгөрмөлөрү менен;

2) b өзгөрмөсүн c жана b өзгөрмөлөрү менен туюнткула.

131. 1) $y=\frac{1}{4}x$; 2) $y=-\frac{1}{8}x$ функцияларынын графиктерин түзгүлө. Эгерде $k>0$; $k<0$ болсо, $y=kx$ функциясынын графиги кайсы координаталык чейректерде жайгашкан?

§ 7. Рационалдык туюнтмаларды өзгөртүү

$(\frac{x-y}{x+y}+\frac{2y}{x-y}):(x^2-3y^2)$ туюнтмасын өзгөртөлү. Берилген рационалдык туюнтма, рационалдык бөлчөктөрдүн суммасын көп мүчөгө бөлгөндөгү тийиндини туюндурары көрүнүп турат.

x^2-3y^2 көп мүчөгө бөлүүнү $\frac{1}{x^2-3y^2}$ бөлчөккө көбөйтүү менен алмаштырса болот. Ошондуктан, берилген туюнтманы өзгөртүү, $\frac{x-y}{x+y}$ жана $\frac{2y}{x-y}$ бөлчөктөрүн кошуу жана келип чыккан жыйынтыкты $\frac{1}{x^2-3y^2}$ бөлчөгүнө көбөйтүүгө келтирилет. Жалпы алганда, каалагандай рационалдык туюнтманы өзгөртүүнү рационалдык бөлчөктөрдү кошуу, кемитүү, көбөйтүү же бөлүүгө келтирүүгө болот.

Бөлчөктөрдүн үстүнөн амалдарды жүргүзүү эрежелеринен рационалдык бөлчөктөрдүн суммасын, айырмасын, көбөйтүндүсүн жана тийиндисин дайыма рационалдык бөлчөк түрүнө келтирүүгө мүмкүн экендиги келип чыгат. Демек, каалагандай рационалдык туюнтманы рационалдык бөлчөк түрүндө көрсөтсө болот.

1-мисал. $x+1-\frac{1}{x+2}\cdot\frac{x^2-4}{x}$ туюнтмасын рационалдык бөлчөккө өзгөртөлү.

Адегенде, бөлчөктөрдү көбөйтүүнү аткаралы да, келип чыккан жыйынтыкты $x+1$ эки мүчөсүнөн кемители:

$$\frac{1}{x+2}\cdot\frac{x^2-4}{x}=\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)x}=\frac{x-2}{x};$$

$$x+1-\frac{x-2}{x}=\frac{x(x+1)-(x-2)}{x}=\frac{x^2+x-x+2}{x}=\frac{x^2+2}{x}.$$

2-мисал. $(\frac{b}{a^2-ab}+\frac{a}{ab-b^2})\cdot\frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2}+1$ туюнтмасын рационалдык бөлчөк түрүндө көрсөтөлү.

Адегенде, кашаанын ичиндеги бөлчөктөрдү суммалап, андан алынган жыйынтыкты $\frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2}$ бөлчөгүнө көбөйтүп, аягында келип чыккан көбөйтүндүгө 1ди кошуп коюу керек:

$$\left(\frac{b}{a^2-ab}+\frac{a}{ab-b^2}\right)\cdot\frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2}+1=\left(\frac{b}{a(a-b)}+\frac{a}{b(a-b)}\right)\cdot\frac{ab(a+b)}{a^2+b^2}+1=$$

$$=\frac{(b^2+a^2)ab(a+b)}{ab(a-b)(a^2+b^2)}+1=\frac{a+b}{a-b}+1=\frac{a+b+a-b}{a-b}=\frac{2a}{a-b}.$$

3-мисал. $\dfrac{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2}$ туюнтмасын рационалдык бөлчөк түрүндө көрсөтөлү.

Өзгөртүүнү ар башкача жүргүзсө болот. Алымын жана бөлүмүн өз өзүнчө рационалдык бөлчөк түрүндө көрсөтүп алып иштесе болот. Же болбосо, бөлчөктүн негизги касиетин колдонуп алымын да, бөлүмүн да *xy* ке көбөйтсө болот. Экинчи жол менен иштөөдөн:

$$\frac{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2}=\frac{\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)xy}{\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right)xy}=\frac{\frac{x}{y}\cdot xy-\frac{y}{x}\cdot xy}{\frac{x}{y}\cdot xy+\frac{y}{x}\cdot xy-2xy}=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2-2xy}=$$

$$=\frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)^2}=\frac{x+y}{x-y}.$$

КӨНҮГҮҮЛӨР

132. Амалдарды аткаргыла (132-133):

1) $\left(\frac{x}{y^2}-\frac{1}{x}\right):\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{x}\right)$; 3) $\frac{ab+b^2}{3}:\frac{b^3}{3a}+\frac{a+b}{b}$;

2) $\left(\frac{a}{m^2}+\frac{a^2}{m^3}\right):\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{m}{a}\right)$; 4) $\frac{x-y}{x}-\frac{5y}{x^2}\cdot\frac{x^2-xy}{5y}$.

133. 1) $\left(\frac{x}{x+1}+1\right)\cdot\frac{1+x}{2x-1}$; 3) $\left(\frac{4a}{2-a}-a\right):\frac{a+2}{a-2}$;

2) $\frac{5y^2}{1-y^3}:\left(1-\frac{1}{1-y}\right)$; 4) $\frac{x-2}{x-3}\cdot\left(x+\frac{x}{2-x}\right)$.

134. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\left(\frac{2m+1}{2m-1}-\frac{2m-1}{2m+1}\right):\frac{4m}{10m-5}$; 2) $\frac{x+3}{x^2+9}\cdot\left(\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-3}{x+3}\right)$.

135. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{a^2-9}{2a^2+1}\cdot\left(\frac{6a+1}{a-3}+\frac{6a-1}{a+3}\right)$; 2) $\left(\frac{5x+y}{x-5y}+\frac{5x-y}{x+5y}\right):\frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2}$.

136. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\left(\frac{a}{b^2-ab}+\frac{b}{a^2-ab}\right)\cdot\frac{ab}{b-a}$; 3) $\left(\frac{4p-8}{p^3-2p^2}-\frac{q+2}{q^3+2q^2}\right)\cdot\frac{p}{2q-p}$;

2) $\left(\frac{x}{xy-y^2}-\frac{y}{x^2-xy}\right):\frac{x^2-y^2}{8xy}$; 4) $\left(\frac{a-7b}{ab-b^2}+\frac{7a+b}{a^2-ab}\right):\frac{a^2+b^2}{a-b}$.

137. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{a^2-25}{a+3}\cdot\frac{1}{a^2+5a}-\frac{a+5}{a^2-3a}$; 3) $\frac{b-c}{a+b}-\frac{ab-b^2}{a^2-ab}\cdot\frac{a^2-c^2}{a^2-b^2}$;

2) $\frac{1-2x}{2x+1}+\frac{x^2+3x}{4x^2-1}:\frac{3+x}{4x+2}$; 4) $\frac{a^2-4}{x^2-9}:\frac{a^2-2a}{xy+3y}+\frac{2-y}{x-3}$.

138. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $(2x+1-\frac{1}{1-2x}):(2x-\frac{4x^2}{2x-1})$; 4) $(1-\frac{9x^2+4}{12x}):(\frac{1}{3x}-\frac{1}{2})+1$;

2) $(\frac{pq}{p^2-q^2}+\frac{q}{q-p}):(p-q+\frac{4q^2-p^2}{p+q})$ 5) $1-(\frac{2}{a-2}-\frac{2}{a+2})\cdot(a-\frac{3a+2}{4})$;

3) $(a^2+2a+1)\cdot(\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a^2-1}-\frac{1}{a-1})$; 6) $(y^2-4)\cdot(\frac{3}{y+2}-\frac{2}{y-2})+5$.

139. Амалдарды аткаргыла:

1) $(\frac{1}{y}+\frac{2}{x-y})\cdot(x-\frac{x^2+y^2}{x+y})$; 3) $(x^2-1)\cdot(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}+1)$;

2) $(a+b-\frac{2ab}{a+b}):(\frac{a-b}{a+b}+\frac{b}{a})$; 4) $(m+1-\frac{1}{1-m}):(m-\frac{m^2}{m-1})$.

140. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{x+2}{x^2-2x+1}\cdot\frac{3x-3}{x^2-4}-\frac{3}{x-2}$;

2) $\frac{a-2}{4a^2+16a+16}:(\frac{a}{2a-4}-\frac{a^2+4}{2a^2-8}-\frac{2}{a^2+2a})$;

3) $(\frac{y^2-3y}{y^2-6y+9}-\frac{3y+9}{y^2-9})\cdot(1-\frac{3}{y})$.

141. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{4xy}{y^2-x^2}:\left(\frac{1}{y^2-x^2}+\frac{1}{x^2+2xy+y^2}\right)$;

2) $\left(\frac{x-2y}{x^2+2xy}-\frac{1}{x^2-4y^2}:\frac{x+2y}{(2y-x)^2}\right)\cdot\frac{(x+2y)^2}{4y^2}$;

3) $\left(\frac{a^2}{a-n}-\frac{a^3}{a^2+n^2+2an}\right):\left(\frac{a}{a+n}-\frac{a^2}{a^2-n^2}\right)$;

4) $\left(\frac{2a}{2a+b}-\frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2}\right):\left(\frac{2a}{4a^2-b^2}+\frac{1}{b-2a}\right)$.

142. Амалдарды аткаргыла:

1) $\left(\frac{a-1}{3a+(a-1)^2}-\frac{1-3a+a^2}{a^3-1}-\frac{1}{a-1}\right):\frac{a^2+1}{1-a}$

2) $\left(\frac{1}{x+1}-\frac{3}{x^3+1}+\frac{3}{x^2-x+1}\right)\left(x-\frac{2x-1}{x+1}\right)$

143. Теңдештиктерди далилдегиле:

1) $\frac{2p-q}{pq}-\frac{1}{p+q}\cdot\left(\frac{p}{q}-\frac{q}{p}\right)=\frac{1}{q}$;

2) $\left(a-\frac{4ab}{a+b}+b\right):(a-b)=\frac{a}{a+b}-\frac{b}{b-a}-\frac{2ab}{a^2-b^2}$;

3) $\frac{1{,}2x^2-xy}{0{,}36x^2-0{,}25y^2}=\frac{20x}{6x+5y}$.

144. Амалдарды аткаргыла:

1) $\left(\frac{2ab}{a^2-b^2}+\frac{a-b}{2a+2b}\right)\cdot\frac{2a}{a+b}+\frac{b}{b-a}$

2) $\frac{y}{x-y}-\frac{x^3-xy^2}{x^2+y^2}\cdot\left(\frac{x}{(x-y)^2}-\frac{y}{x^3-y^2}\right)$

145. Ордуна коюуну аткаргыла жана келип чыккан туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{x-a}{x-b}$, эгерде $x=\frac{ab}{a+b}$; 2) $\frac{\frac{a}{b}-x}{\frac{b}{a}+x}$, эгерде $x=\frac{a-b}{a+b}$.

146. Теңдештиктерди далилдегиле:

1) $\frac{a+b}{2(a-b)}-\frac{a-b}{2(a+b)}=\frac{b}{a-b}-\frac{b^2-ab}{a^2-b^2}$;

2) $\frac{4{,}5a+4x}{0{,}81a^2-0{,}64x^2}=\frac{50}{9a-8x}$.

147. Өзгөрмөнүн бардык мүмкүн болгон маанилеринде төмөнкү туюнтмалардын маанилери a менен c дан көз каранды эмес экенин далилдегиле:

1) $\left(\frac{1}{a-c}-\frac{3c^2}{a^3-c^3}-\frac{c}{a^2+ac+c^2}\right)\cdot\left(c+\frac{a^2}{a+c}\right)$;

2) $3a\left(\frac{1}{a-c}-\frac{c^2}{a^3-c^3}\cdot\frac{a^2+ac+c^2}{a+c}\right)-\frac{3c^2}{a^2-c^2}$.

148. Көп мүчө же рационалдык бөлчөк түрүндө көрсөткүлө:

1) $\left(n+\frac{1}{n}\right)^2$; 4) $\left(\frac{p}{q}+\frac{q}{p}\right)^2-\left(\frac{p}{q}-\frac{q}{p}\right)^2$;

2) $\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)^2$; 5) $\left(\frac{x+y}{x}+\frac{x-y}{y}\right)^2-\left(\frac{x+y}{x}-\frac{x-y}{y}\right)^2$;

3) $\left(\frac{x}{y}+1\right)^2+\left(\frac{x}{y}-1\right)^2$; 6) $a^2\left(\frac{a+b}{a}-1\right)^2+b^2\left(\frac{a-b}{a}+1\right)^2$.

149. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\dfrac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}$; 2) $\dfrac{\frac{2a-b}{b}+1}{\frac{2a+b}{b}-1}$; 3) $\dfrac{\frac{x}{y^2}+\frac{y}{x^2}}{\frac{x}{y^2}-\frac{y}{x^2}}$; 4) $\dfrac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}{\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}}$.

150. Бөлчөктөрдү көп мүчөлөрдүн катышы түрүндө көрсөткүлө:

1) $\dfrac{2-\frac{a}{x}}{2+\frac{a}{x}}$; 2) $\dfrac{\frac{a-b}{c}+3}{\frac{a+b}{c}-1}$; 3) $\dfrac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}$; 4) $\dfrac{x-y}{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}$;

151. Туюнтмалардын маанисин тапкыла:

1) $\dfrac{\frac{a^2}{4}-\frac{b^2}{9}}{\frac{a}{12}+\frac{b}{18}}$, эгер $a=\frac{2}{3}$, $b=-\frac{1}{2}$ болсо;

2) $\dfrac{0,2-b}{\frac{a^2}{25}-b^2}$, эгер $a=-8$, $b=0,6$ болсо.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

152. 1) $y=\frac{1}{2}x-2$; 2) $y=-0,4x+2$ функциясынын графиктерин түзүп, алардын $0x$ жана $0y$ октору менен кесилишкен чекиттеринин координаталарын тапкыла.

153. $y=kx+b$ формуласы менен берилген функциянын графигин 1) $k>0$, $b>0$; 2) $k<0$, $b>0$; 3) $k<0$, $b<0$; 4) $k=0$, $b>0$ болгон учурлары үчүн түзгүлө.

154. Тик бурчтуктун бир жагы экинчи жагынан 20 см ге чоң. Эгерде кичине жагын – эки эсе, чоң жагын – үч эсе чоңойтсо, анда жаңы тик бурчтуктун периметри 240 см ге барабар болот. Берилген тик бурчтуктун жактарын тапкыла.

§ 8. $y=\dfrac{k}{x}$ функциясы жана анын графиги

Узундугу x см, туурасы y см болгон тик бурчтуктун аянты 24 см^2 болсун. Анда y тин x тен көз карандылыгы $y=\dfrac{24}{x}$ формуласы менен туюнтулат. x тин маанисин бир нече эсе чоңойтсок, анда y тин ага дал келген тийиштүү мааниси ошончо эсе кичирейе турганын байкоого болот. Башкача айтканда, y өзгөрмөсү x өзгөрмөсүнө тескери пропорциялуу. Бул маселеде x жана y өзгөрмөлөрүнүн маанилери оң сан болору көрүнүп турат. $y=\dfrac{k}{x}$, $x\neq0$ формуласы менен берилген функцияда, x жана

y өзгөрмөлөрү оң маанилерди да, терс маанилерди да кабыл ала алышат. Мындай функциялар тескери пропорциялуулук деп айтылат.

Аныктама. $y=\frac{k}{x}$, $x\neq 0$ **формуласы менен берилген функцияны – тескери пропорциялуулук деп айтабыз. Мында x көз каранды эмес өзгөрмө; k нөлгө барабар эмес сан.**

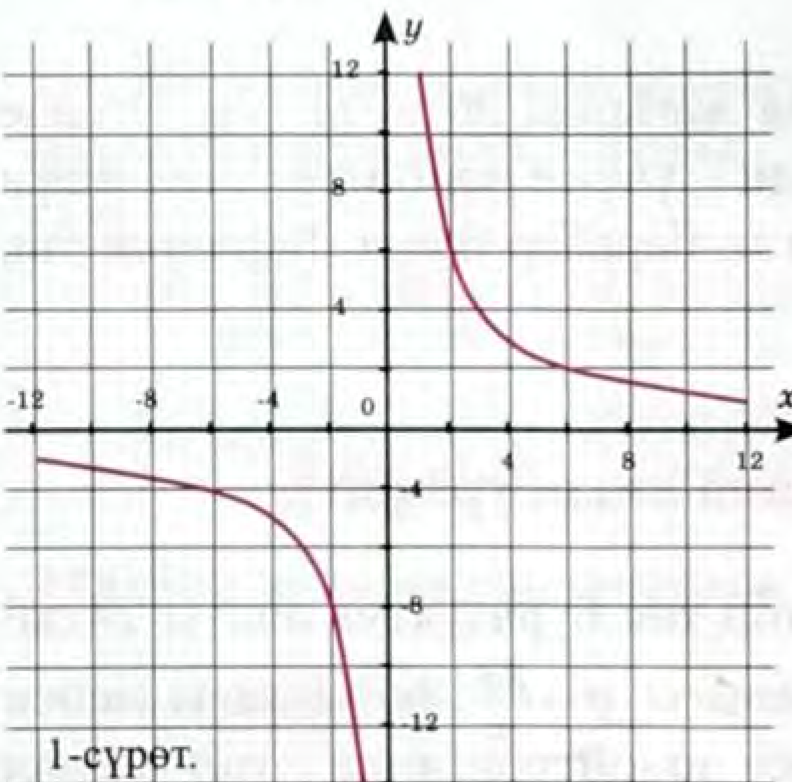
$y=\frac{k}{x}$ функциясынын аныкталуу областы нөлдөн айырмалуу бардык сандардын көптүгү болот. Бул ырастоо $\frac{k}{x}$ туюнтмасы бардык $x\neq 0$ үчүн мааниге ээ экендигинен келип чыгат.

$y=\frac{12}{x}$ функциясынын графигин түзөлү. Бул үчүн x тин кээ бир оң маанилерине жана аларга карама-каршы маанилерине дал келген у тин маанилерин табабыз:

x	1	1,5	2	3	4	5	6	8	12
y	12	8	6	4	3	2,4	2	1,5	1

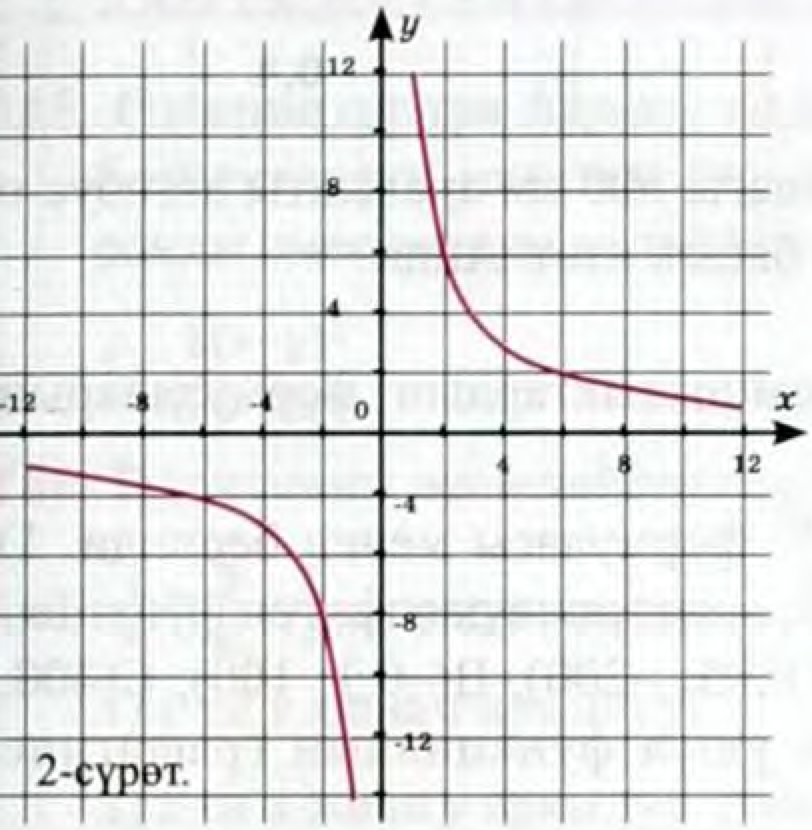
x	−1	−1,5	−2	−3	−4	−5	−6	−8	−12
y	−12	−8	−6	−4	−3	−2,4	−2	−1,5	−1

Биз координата тегиздигинде, таблица боюнча чекиттерди белгилейли (1-сүрөт).

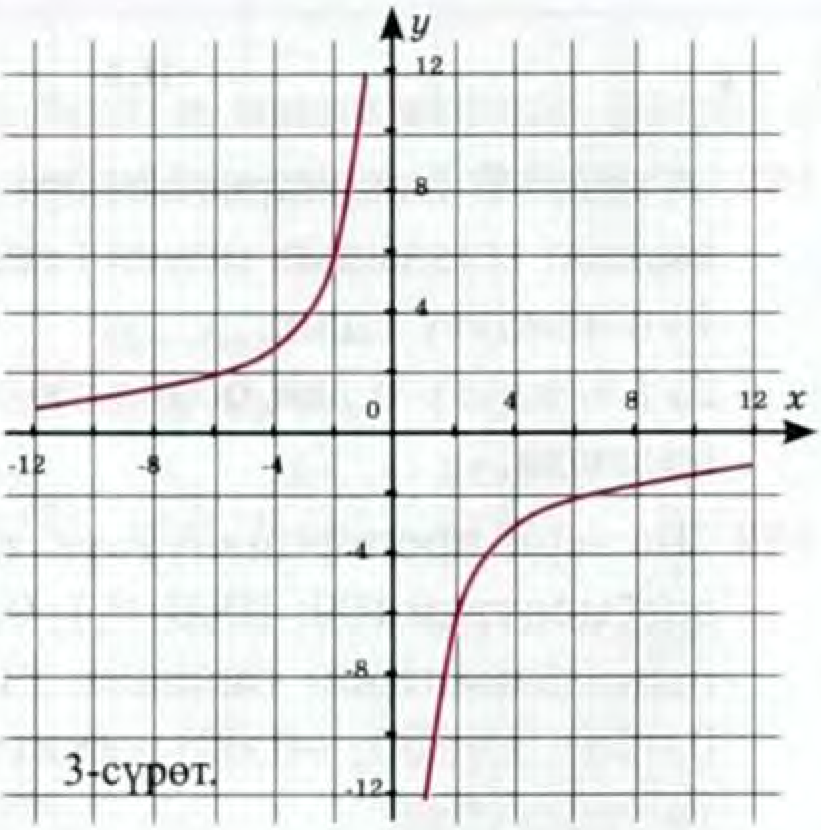


1-сүрөт.

$y=\frac{12}{x}$, $x\neq 0$ функциясынын кээ бир өзгөчөлүктөрүнө токтололу. 0 саны функциянын аныкталуу областына кирбегендиктен 1-сүрөттөн көрүнүп тургандай, графикте абсциссасы 0 болгон чекит жок, б. а. график y огун кесип өтпөйт. x тин эч бир маанисинде у нөлгө барабар эмес, ошондуктан график x огун да кесип өтпөйт. x тин оң маанилерине y тин оң маанилери туура келет. x тин оң мааниси канчалык чоң болсо, у тин ага дал келген мааниси ошончолук кичине болот. Мисалы $x=10$ болсо, $y=1,2$; эгерде $x=100$ болсо, $y=0,12$; эгерде $x=1000$ болсо, $y=0,012$. Демек, графикте жайланышкан чекиттин оң абсциссасы канчалык чоң болсо, ошол чекит абсцисса огуна ошончолук жакын болот. Графиктин чекитинин оң абсциссасы канчалык нөлгө жакын болсо, ошончолук бул чекиттин ординатасы чоң болот. Мисалы,эгерде x =0,03 болсо, y =400; эгерде x =0,0001 болсо, y =120 000 болот.



2-сүрөт.



3-сүрөт.

$y=\dfrac{12}{x}$ функциясынын графиги 2-сүрөттөгүдөй эки тармактан турат. Анын бири – биринчи координата чейрегинде жайгашкан. Экинчиси үчүнчү координата чейрегинде жайгашкан. Жалпысынан каалагандай $k>0$ үчүн $y=\dfrac{k}{x}$ функциясынын графиги 2-сүрөттөгүдөй болот.

3-сүрөттө $y=-\dfrac{12}{x}$ функциясынын графиги түзүлгөн. Ал $y=\dfrac{12}{x}$ функциясынын графиги сыяктуу эле эки тармактан турат. Бирок, $y=\dfrac{12}{x}$ функциясынын графигинен айырмаланып, бул тармактын бири – экинчи, а экинчи тармагы – төртүнчү координата чейрегинде жайгашат. Демек, $y=\dfrac{k}{x}$, $k<0$ функциясынын графиги да 3-сүрөттөгүдөй жайгашат деп айтууга болот.

Тескери пропорциялуулуктун графиги болгон ийри сызык гипербола деп аталат. Гипербола эки тармактан турат.

КӨНҮГҮҮЛӨР

155. Функция $y=\dfrac{8}{x}$ формуласы менен берилди. Таблицанын бош орундарын толтургула.

x	−4		−0,25	2	5	16	
y		−4					0,4

156. $y=\frac{120}{x}$ формуласы менен берилген функциянын таблицасын толтургула:

x	-1200	-600			75	120		1000
y			$-0,5$	-1			0,4	

157. А жана В шаарларынын ортосундагы 600 км аралыкты автобус υ км/саат ылдамдык менен t саатта басып өтөт. Анда

1) υ чоңдугу t дан;

2) t чоңдугу υ дан болгон көз карандылыктардын формулаларын жазгыла.

158. Тескери пропорциялуулук $y=\frac{10}{x}$ формуласы менен берилди. 1) аргументтин 100; 1000; 0,1; 0,02 маанилерине дал келген функциянын маанилерин тапкыла. 2) A(–0,05; –200), B(–0,1; 100), C(400; 0,025), D(500; –0,02) чекиттери ушул функциянын графигине тиешелүүбү?

159. Кандайдыр бир функциянын тескери пропорциялуулук экени белгилүү. Эгерде аргументтин 2ге барабар маанисине функциянын 12ге барабар мааниси дал келсе, функция кандай формула менен берилген?

160. $y=\frac{8}{x}$ функциясынын графигин түзгүлө. График боюнча:

1) x тин 2; – 4; –1; – 4; –5 маанилери боюнча y тин маанилерин тапкыла;

2) y тин – 4; –2; 8 маанилери боюнча x тин маанилерин тапкыла.

161. 1) $y=\frac{1}{x}$; 2) $y=-\frac{1}{x}$; 3) $y=\frac{4}{x}$; 4) $y=-\frac{4}{x}$ формуласы менен берилген функциялардын графиктерин түзгүлө.

162. Негизинин жактары a см жана b см жана бийиктиги 20 см болгон тик бурчтуу параллелепипеддин көлөмү 120 см^3 га барабар. b нын a дан болгон көз карандылыгын формула менен жазгыла. Эмне үчүн бул көз карандылык тескери пропорциялуулук болот? Бул функциянын аныкталуу областы кандай? Графигин түзгүлө.

163. Эгерде тескери пропорциялуулуктун графиги:

1) A(8; 0,125); 2) $B(\frac{2}{3}; 1\frac{4}{5})$; 3) C(–25; –0,2) чекити аркылуу өтсө, анда ал функцияны формула менен жазгыла.

164. $y=\frac{k}{x}$ функциянын графиги:

1) биринчи жана үчүнчү координата чейрегинде;

2) экинчи жана төртүнчү координата чейрегинде жайланышаары белгилүү болсо, k санынын белгисин аныктагыла.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

165. Өзгөрмөлөрдүн бардык мүмкүн болгон маанилеринде төмөнкү бөлчөктөрдүн мааниси бул өзгөрмөлөрдүн маанилеринен көз каранды эмес экенин далилдегиле:

1) $\dfrac{5(x-y)^2}{(3y-3x)^2}$; 2) $\dfrac{(3x-6y)^2}{4(2y-x)^2}$.

166. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө: $\left(\dfrac{3}{x+2}-\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{12}{4-x^2}\right):\dfrac{x+7}{x-2}$.

167. $\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{y}-\dfrac{1}{z}$ формуласынан

1) x ти y жана z аркылуу;

2) z ти х жана y аркылуу туюнткула.

I ГЛАВАНЫ КАЙТАЛОО ҮЧҮН СУРООЛОР

1. *Бүтүн жана бөлчөк туюнтмаларга мисалдар келтиргиле.*
2. *Кандай бөлчөк рационалдык деп аталат? Мисал келтиргиле.*
3. *Теңдештиктин аныктоосун бергиле. Мисал келтиргиле.*
4. *Бөлчөктүн негизги касиетин формулировкалагыла жана далилдегиле.*
5. *Бөлчөктүн алдындагы белгини өзгөртүү жөнүндөгү эрежени айтып бергиле.*
6. *Бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү кошуунун эрежесин айтып бергиле.*
7. *Бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү кемитүүнүн эрежесин айтып бергиле.*
8. *Бөлүмдөрү түрдүү бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү кандай аткарылат?*
9. *Бөлчөктөрдү көбөйтүү эрежесин айтып бергиле.*
10. *Бөлчөктөрдү даражага көтөрүү эрежесин айтып бергиле.*
11. *Бөлчөктөрдү бөлүү эрежесин айтып бергиле.*
12. *Кайсы функция тескери пропорциялуулук деп аталат?*
13. $y=\frac{k}{x}$ *функциясынын графиги 1)* $k>0$ *болгондо; 2)* $k<0$ *болгондо кайсы координата чейректеринде жайгашкан?*

I ГЛАВАГА КӨНҮГҮҮЛӨР

168. Туюнтмаларды көп мүчө түрүндө жазгыла:

1) $(-4x+7a)(7a+4x)$; 5) $(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)$;

2) $(3c^2-8)(8+3c^2)$;
3) $(2x-5y)^2$
4) $(p^2+2)^2$;
6) $(x^2+5y)(x^4-5x^2y+25y^2)$;
7) $(m-n)^3-(m-n)(m^2+mn+n^2)$;
8) $(x+y)^3-(x+y)(x^2-xy+y^2)$.

169. Көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

1) a^2b+ab^2;
2) x^3y-xy^3;
3) $7x^2-14xy+21ax$;
4) $9xy-3by+15ay$;
5) $x^4-x^3+x^2-x$;
6) $c^4-2c^3-c^2+2c$;
7) $(a-2)^2-25a^2$;
8) $(b+3)^2-36b^2$;
9) $125x^3+8$
10) $216x^3-27$;
11) $(a+1)^3+a^3$;
12) $(b+2)^3-8b^3$.

170. Бөлчөктөрдүн маанисин тапкыла:

1) $\dfrac{51+17^2}{10}$ 2) $\dfrac{37^2+111}{40}$.

171. Туюнтмаларда өзгөрмөнүн мүмкүн болгон маанилерин тапкыла:

1) $\dfrac{3x-8}{25}$; 3) $\dfrac{9}{x^2-7x}$;

2) $\dfrac{37}{2y+7}$; 4) $\dfrac{2y+5}{y^2+8}$.

172. Функциянын аныкталуу областын тапкыла:

1) $y=\dfrac{1}{x-2}$; 2) $y=\dfrac{3x}{x+5}$; 3) $y=\dfrac{7x+1}{2x-6}$.

173. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\dfrac{17xy+34}{17(xy+34)}$; 3) $\dfrac{2b^2-2a^2}{(2a-2b)^2}$; 5) $\dfrac{x^2-100}{x^3+1000}$; 7) $\dfrac{2x-y}{x^2-0{,}5xy}$;

2) $\dfrac{(3a-3c)^2}{9a^2-9c^2}$; 4) $\dfrac{(a^2-9)^2}{(3-a)^3}$; 6) $\dfrac{8y^3-1}{y-4y^3}$; 8) $\dfrac{5a^2-3ab}{a^2-0{,}36b^2}$.

174. Кыскартууну аткаргыла:

1) $\dfrac{b^{14}-b^7+1}{b^{21}+1}$; 3) $\dfrac{x(y-z)-y(x-z)}{x(y-z)^2-y(x-z)^2}$;

2) $\dfrac{x^{33}-1}{x^{33}+x^{22}+x^{11}}$; 4) $\dfrac{a(b+1)^2-b(a+1)^2}{a(b+1)-b(a+1)}$.

175. $\dfrac{3x^2+y^2}{3x^2-y^2}$ бөлчөгүнүн $x=\dfrac{2}{7}$, $y=\dfrac{3}{7}$ болгондогу мааниси ушул эле бөлчөктүн $x=2$, $y=3$ болгондогу маанисине барабар экенин далилдегиле.

176. Бөлчөктөрдү кошууну же кемитүүнү аткаргыла:

1) $\frac{3b^2-5b-1}{b^2y}+\frac{5b-3}{by}$; 3) $\frac{1+c}{c^3y^4}-\frac{c^3+y^4}{c^2y^8}$;

2) $\frac{a^2-a+1}{a^3x}-\frac{x^2-1}{ax^3}$; 4) $\frac{c^2+x^2}{c^2x^5}-\frac{c+x}{c^3x^3}$.

177. Теңдештиктерди далилдегиле:

1) $\frac{6x}{x+3}=6-\frac{18}{x+3}$; 2) $\frac{ax}{x+b}=a-\frac{ab}{x+b}$

178*. Төмөнкү бөлчөктөрдү бүтүн туюнтма жана бөлчөктүн суммасы же айырмасы түрүндө көрсөткүлө:

1) $\frac{5x}{x+2}$; 3) $\frac{2x}{5-x}$;

2) $\frac{-2x}{x-1}$; 4) $\frac{x-3}{2-x}$.

179. Көбөйтүүнү аткаргыла:

1) $\frac{x^5+x^3}{x^4-x^2}\cdot\frac{x^6-x^3}{x^2+x^4}$; 2) $\frac{2m^5-3m^4}{m^4-4m}\cdot\frac{m^4+2m^2}{3m^2-2m^3}$.

180. Бөлүүнү аткаргыла:

1) $\frac{a-a^8}{a^6+a^2}:\frac{a^9-a^2}{a^5+a}$; 2) $\frac{9x^2-x^6}{x^5+x^7}:\frac{x^4-3x^2}{x^9+x^7}$.

181. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $(x-\frac{4xy}{x+y}+y)\cdot(x+\frac{4xy}{x-y}-y)$;

2) $(a-\frac{1-2a^2}{1-a}+1):(1-\frac{1}{1-a})$.

182*. XVIII кылымдагы атактуу математик Л. Эйлер келтирген тең-дештик төмөнкүчө жазылат:

$$a^3+b^3+(\frac{b(2a^3+b^3)}{a^3-b^3})^3=(\frac{a(a^3+2b^3)}{a^3-b^3})^3.$$

Бул теңдештикти далилдегиле.

Леонард Эйлер (1707–1783)

183. A(–4;1), B(8;0,5), C(0;0), D(0,01;–400), E(16; $\frac{1}{4}$), F(40;0,1), G(1000; –0,004), K(–0,004;–1000) чекиттеринин кайсылары $y=-\frac{4}{x}$ функциясынын графигине тиешелүү?

184. P(–9;18) чекити $y=\frac{k}{x}$ формуласы менен берилген функциянын графигине тиешелүү экени белгилүү. k нын маанисин тапкыла.

ТУУРА ЖООПТОРУН ТАПКЫЛА (ТЕСТ)

1. Бөлчөктөрдү бөлүүнү аткаргыла: $\frac{a^2+ax+x^2}{ax+2ay}:\frac{a^3-x^3}{bx+2by}$.

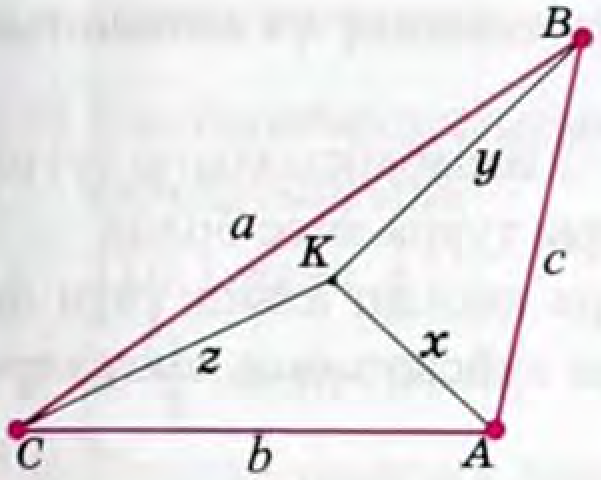
а) $\frac{b}{ax-a^2}$; б) $\frac{b}{a^2-ax}$; в) 1.

2. Ордуна коюп, туюнтманы жөнөкөйлөткүлө: $\frac{x-a}{x-b}$, эгер $x=\frac{ab}{a+b}$.

а) $\frac{a^2}{b^2}$; б) $-\frac{a^2}{b^2}$; в) $\frac{a}{b}$

3. $y=-\frac{10}{x}$ функциясынын графиги кандай координата чейректеринде жайгашкан?

а) биринчи жана үчүнчү;
б) экинчи жана төртүнчү;
в) биринчи жана экинчи.



$x+y+z>\frac{1}{2}(a+b+c)$

II глава

БАРАБАРСЫЗДЫКТАР

§9. Сан барабарсыздыктары

Практикада сандарды бири-бири менен салыштыруу өтө кеңири колдонулат. Мисалы, бизнесмен өзүнүн киреше суммасы менен чыгаша суммасын салыштырат, врач оорулуунун температурасын дени таза адамдын температурасы менен салыштырат, темир уста жасап жаткан тетиктин өлчөмүн үлгүгө салыштырат.

Бардык сандар бири-бири менен салыштырылат. Сандарды салыштыруунун натыйжасында сан барабарсыздыктары келип чыгат.

Мисалы, $\frac{3}{4}$ жана $\frac{2}{3}$ сандарын салыштыралы. Бул үчүн алардын айырмасын табабыз:

$$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{9-8}{12}=\frac{1}{12}.$$

Демек, $\frac{3}{4}=\frac{2}{3}+\frac{1}{12}$, б. а. $\frac{2}{3}$ санына $\frac{1}{12}$ оң санын кошкондо $\frac{3}{4}$ саны келип чыгат. Бул болсо $\frac{3}{4}$ саны $\frac{2}{3}$ санынан $\frac{1}{12}$ ге чоң деген-ди билдирет. Ошентип $\frac{3}{4}>\frac{2}{3}$, себеби алардын айырмасы оң сан.

Аныктама: ***a* жана *b* сандарынын *a–b* айырмасы оң болсо, анда *a* саны *b* дан чоң. *a* жана *b* сандарынын *a–b* айырмасы терс болсо, анда *a* саны *b* дан кичине.**

Эгерде a саны b дан чоң болсо, анда $a>b$ деп жазышат; эгерде а саны b дан кичине болсо, анда $a<b$ деп жазышат.

Ошентип, $a>b$ барабарсыздыгы $a-b$ айырмасынын оң экенин түшүндүрөт, б.а. $a-b>0$. $a<b$ барабарсыздыгы $a-b<0$ экенин түшүндүрөт.

1-маселе. Эгерде $a>b$ болсо, $b<a$ экенин далилдегиле.

$a>b$ барабарсыздыгы $a-b$ айырма оң сан экенин түшүндүрөт.

Анда $b-a=-(a-b)$ терс сан, б. а. $b<a$.

Каалагандай эки a жана b сандары үчүн төмөнкү үч катнаштын $a>b$, $a=b$, $a<b$ бири туура болот.

Мисалы, -7 жана -3 сандары үчүн $-7< -3$ барабарсыздыгы туура, ал эми $-7 = -3$ жана $-7 > -3$ өз ара катнаштары туура эмес болот.

a жана b сандарын салыштыруу – туура катнаш алыш үчүн бу эки сандын ортосуна $>$, $=$ же $<$ белгилеринин кайсынысын коюу кере экенин билдирет.

2-маселе. 0,59 жана $\frac{3}{5}$ сандарын салыштыргыла.

Берилген сандардын айырмасын табалы:

$$0{,}59-\frac{3}{5}=0{,}59-0{,}6=-0{,}01.$$

Демек, $0{,}59-\frac{3}{5}<0$ болгондуктан $0{,}59<\frac{3}{5}$.

$a>b$ барабарсыздыгынын геометриялык мааниси болсо, сан огунд a чекити b чекитинин оң жагында жатаарын түшүндүрөт (4-сүрөт).

Мисалы, $\frac{3}{5}$ чекити 0,59 чекитинин оң жагында жатат, себеби $\frac{3}{5}>0{,}59$; 1,2 чекити 3,3 чекитинин сол жагында жатат (5-сүрөт).

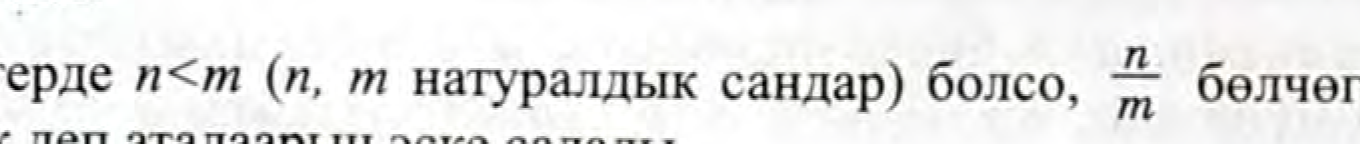
3-маселе. Эгерде $a\neq b$ болсо, $a^2+b^2>2ab$ экенин далилдегиле.

$(a^2+b^2)-2ab$ айырмасынын оң болорун далилдейли. Чындыгында эле $a^2+b^2-2ab=(a-b)^2>0$.

4-маселе. Эгерде $a>0$ жана $a\neq 1$ болсо, $a+\frac{1}{a}>2$ болорун далилдегиле.

$a+\frac{1}{a}-2$ айырмасынын оң экенин далилдейли. Чындыгында эле $a>0$, $a\neq 1$ деген шартта $a+\frac{1}{a}-2=\frac{a^2+1-2a}{a}=\frac{(a-1)^2}{a}>0$ болот.

4-сүрөт.



5-сүрөт.

5-маселе. Эгерде $\frac{n}{m}$ дурус бөлчөк болсо, $\frac{n}{m}<\frac{n+1}{m+1}$ болорун далилдегиле.

Эгерде $n<m$ (n, m натуралдык сандар) болсо, $\frac{n}{m}$ бөлчөгү дурус бөлчөк деп аталаарын эске салалы.

Анда $\frac{n}{m}-\frac{n+1}{m+1}=\frac{n(m+1)-m(n+1)}{m(m+1)}=\frac{n-m}{m(m+1)}$ айырмасы нөлдөн кичине болот, себеби $n-m<0$, $m>0$, $m+1>0$. Демек, $\frac{n}{m}<\frac{n+1}{m+1}$.

КӨНҮГҮҮЛӨР

185. Сан барабарсыздыгынын аныктамасын колдонуп, төмөнкү сандарды салыштыргыла:

1) 0,3 жана $\frac{1}{5}$;
2) $\frac{1}{3}$ жана 0,3;
3) $\frac{1}{3}$ жана 0,35;
4) $-\frac{5}{8}$ жана –0,7.

186. Эгерде төмөнкү шарттар аткарылса, a жана b сандарын салыштыргыла:

1) $b-a=-2{,}0$;
2) $b-a=0{,}01$;
3) $a-b=(-4)^4$;
4) $a-b=-4^4$;

187. a санынын каалагандай мааниси үчүн төмөнкү барабарсыздыктар туура экенин далилдегиле.

1) $a^2>(a+1)(a-1)$;
2) $(a+2)(a+4)>(a+1)(a+5)$.

188. $\frac{a^2}{1+a^2}\cdot\left(\frac{1}{a^3}+\frac{2}{a^2}+\frac{1}{a}\right)$ туюнтмасынын төмөндөгү маанилерин салыштыргыла:

1) $a=235$ жана $a=785$ болгондогу;
2) $a=-0{,}8$ жана $a=-\frac{5}{6}$ болгондогу.

189. a санынын каалагандай мааниси үчүн төмөнкү барабарсыздыктар туура болорун далилдегиле:

1) $a^3<(a+1)(a^2-a+1)$;
2) $(a+7)(a+1)<(a+2)(a+6)$;
3) $1+(3a+1)^2>(1+2a)(1+4a)$;
4) $(3a-2)(a+2)<(1+2a)^2$.

190. a жана b сандарынын каалагандай мааниси үчүн, төмөнкү барабарсыздыктар туура болорун далилдегиле:

1) $a(a+b)>ab-2$;
2) $2ab-1<b(2a+b)$;
3) $3ab-2<a(3b+a)$;
4) $b(a+2b)>ab-3$.

191. Эки бала компьютердик оюндун кассеталарынан бирдей санда сатып алышты. Биринчи бала 500 сомдук кассеталарды гана тандап алды. Экинчи баланын кассеталарынын жарымы 300 сомдук, калганы 600 сомдук. Кайсы бала көп акча сарп кылды?

192*. Эгерде a, b, c оң сандар жана $a>b$ болушса

1) $\frac{a+c}{b+c}<\frac{a}{b}$;
2) $\frac{b+c}{a+c}>\frac{b}{a}$;

болорун далилдегиле.

193*. Эгерде $a>0$, $b>0$ болсо төмөнкү барабарсыздык аткарылаарын далилдегиле:

$a^4+b^4>a^3b+ab^3$.

194*. Эгерде $a > -1$, жана $a \neq 1$ болсо, $a^3+1>a^2+a$ болорун далилдегиле.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

195. $\frac{x^2-6x+3}{x+2}$ бөлчөгүнүн $x=-\frac{1}{3}$ болгондогу маанисин тапкыла.

196. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{x^2-10x+25}{35-7x}$;   2) $\frac{4x^2-12x+9}{(3-2x)^2}$.

197. Эсептегиле:

1) $(\frac{3}{4}+\frac{2}{9})\cdot(2\frac{23}{56}-3\frac{15}{56})$;   2) $\frac{5\frac{1}{7}\cdot 5\frac{1}{4}+5\frac{5}{8}\cdot 3\frac{1}{5}}{10\frac{5}{13}:1\frac{1}{26}}$.

§ 10. Сан барабарсыздыктарынын негизги касиеттери

Бул параграфта сан барабарсыздыктардын касиеттеринин ичинен негизги деп аталгандары каралат, анткени алар барабарсыздыктардын башка касиеттерин далилдегенге жана да башка көп маселелерди чыгарганда колдонулат.

1-теорема: **Эгерде $a>b$ жана $b>c$ болсо, анда $a>c$.**

Далилдөө. Шарт боюнча $a>b$ жана $b>c$, бул болсо $a-b>0$ жана $b-c>0$ дегенди билдирет. $a-b$ жана $b-c$ оң сандарын кошолу

$$(a-b)+(b-c)>0 \text{ б. а. } a-c>0.$$

Демек, $a>c$.

1-теореманын геометриялык мааниси төмөндөгүдөй түшүндүрүлөт:

эгерде сан огунда a чекити b чекитинин оң жагында жатса, жана b чекити с чекитинин оң жагында жатса, анда a чекити c чекитинин оң жагында жатат.

2-теорема: **Эгерде бир эле санды барабарсыздыктын эки жагына тең кошсок, анда барабарсыздык белги өзгөрбөйт.**

Далилдөө. **a>b** болсун. Каалагандай с саны үчүн $a+c>b+c$ экенин далилдөө керек.

Анда, айырманы карайлы $(a+c)-(b+c)=a+c-b-c=a-b$. Бул айырма оң, себеби шарт боюнча $a>b$. Демек, $a+c>b+c$.

Натыйжа. Барабарсыздыктын бир жагындагы каалагандай кошулуучуну анын экинчи жагына, белгисин карама-каршыга өзгөртүп алып өтсө болот.

$a>b+c$ болсун. Бул барабарсыздыктын эки жагына тең $-c$ санын кошуп, $a+(-c)>b+c+(-c)$, мындан $a-c>b+c-c$, анда $a-c>b$ экенин алабыз.

3-теорема. **Эгерде барабарсыздыктын эки жагын тең бир эле оң санга көбөйтсөк, анда барабарсыздыктын белгиси өзгөрбөйт. Эгерде барабарсыздыктын эки жагын тең бир эле терс санга көбөйтсөк, анда барабарсыздыктын белгиси карама-каршысына өзгөрөт.**

Далилдөө. 1) $a>b$ жана $c>0$ болгон $ac>bc$ экенин далилдейли. Шарт боюнча $a-b>0$ $c>0$. Ошондуктан $(a-b)c>0$, б.а. $ac-bc>0$. Демек, $ac>bc$.

2) $a>b$ жана $c<0$ болсун. $ac<bc$ экенин далилдейли. Шарт боюнча $a-b>0$ жана $c<0$. Ошондуктан $(a-b)c<0$, б. а. $ac-bc<0$. демек, $ac<bc$.

Мисалы, $\frac{1}{3}<0,37$ барабарсыздыгынын эки жагын тең 2ге көбөйтүп, $\frac{2}{3}<0,74$ барабарсыздыгын алабыз, ал эми $\frac{1}{3}<0,37$ барабарсыздыгын эки жагын тең (–3)кө көбөйтүп, $-1>-1,11$ди алабыз.

Эгерде $c\neq0$ болсо, анда c жана $\frac{1}{c}$ сандарынын бирдей белгиге ээ болоорун эске салалы. c га бөлүүнү $\frac{1}{c}$ га көбөйтүү менен алмаштырганга мүмкүн болгондуктан, 3-теоремадан төмөнкү натыйжа келип чыгат:

Натыйжа. Эгерде барабарсыздыктын эки жагын тең бир эле оң санга бөлсөк, анда барабарсыздыктын белгиси өзгөрбөйт. Эгерде барабарсыздыктын эки жагын тең бир эле терс санга бөлсөк, анда барабарсыздыктын белгиси карама-каршысына өзгөрөт.

Мисалы, $0,99<1$ барабарсыздыгынын эки жагын тең 3кө бөлүп $0,33<\frac{1}{3}$ барабарсыздыгын алабыз. Ал эми $0,99<1$ барабарсыздыгынын эки жагын тең –9га $-0,11>-\frac{1}{9}$ бөлүп, барабарсыздыгын алабыз.

1-маселе. Эгерде $a>b$ болсо, $-a<-b$ экенин далилдейли.

$a>b$ барабарсыздыгын эки жагын тең -1 терс санына көбөйтүп, $-a<-b$ ны алабыз.

Мисалы, $0,9<1,01$ барабарсыздыгынан $-0,9>-1,01$ барабарсыздыгы келип чыгат $0,63>\frac{3}{5}$, барабарсыздыгынан $-0,63<-\frac{3}{5}$ барабарсыздыгы келип чыгат.

2-маселе. Эгерде a жана b оң сандар жана $a>b$ болсо, $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ экенин далилдегиле.

$b<a$ барабарсыздыгынын эки жагын тең ab оң санына бөлүп $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ экенин алабыз.

Бул параграфта каралган барабарсыздыктын бардык касиеттери >

(чоң) белгиси бар барабарсыздыктар үчүн далилденди. Бул касиеттер
< (кичине) белгиси бар барабарсыздыктар үчүн да ушунун өзүндөй эле
далилденет.

КӨНҮГҮҮЛӨР

198. Төмөнкүлөрдү далилдегиле:

1) Эгерде $a-2<b$ жана $b<0$ болсо, анда $a-2$ терс сан;
2) Эгерде $a^2-5>a$ жана $a>1$ болсо, анда $a^2-5>1$.

199. Эгерде:

1) $a>b$ жана $b>1$; 3) $a-1<b$ жана $b<-1$;
2) $a<b$ жана $b<-2$; 4) $a+1>b$ жана $b>1$

шарттары орун алса, a санынын оң же терс экенин аныктагыла.

200. $-2<4$ барабарсыздыгынын эки жагына тең төмөнкү сандарды кошкондо келип чыккан барабарсыздыктарды жазгыла:

1) 5; 2) -7.

201. $2a+3b>\underline{a}-2b$ барабарсыздыгынын эки жагына тең төмөнкү сандарды кошкондо келип чыккан барабарсыздыктарды жазгыла:

1) $2b$; 2) $-a$.

202. $3>1$ барабарсыздыгынын эки жагынан тең төмөнкү сандарды кемиткенде келип чыккан барабарсыздыктарды жазгыла:

1) 1; 2) -5.

203. $a-2b<3a+b$ барабарсыздыгынын эки жагынан тең төмөнкү сандарды кемиткенде келип чыккан барабарсыздыктарды жазгыла:

1) a; 2) b.

204. $a<b$ болсун. Төмөнкү сандарды салыштыргыла:

1) $a+x$ жана $b+x$; 2) $a-5$ жана $b-5$.

205. Далилдегиле:

1) эгерде $4a-2b>3a-b$ болсо, анда $a>b$;
2) эгерде $2b-3a<3b-4a$ болсо, анда $a<b$;
3) эгерде $b(2a+1)<a(2b+1)$ болсо, анда $a>b$;
4) эгерде $b(1-3a)>a(1-3b)$ болсо, анда $a<b$.

206. Далилдегиле:

1) эгерде $x(\underline{x}+2)<(x-2)(x+3)$ болсо, анда $x<-6$;
2) эгерде $x(x+6)>(x+1)(x+4)$ болсо, анда $x>4$;

3) эгерде $(x-3)^2 < x(x-5)$ болсо, анда $x > 9$;

4) эгерде $x(3+x) < (x+2)^2$ болсо, анда $x > -4$.

207. Берилген барабарсыздыктарды көрсөтүлгөн санга көбөйткүлө (207—208):

1) $3{,}35<4{,}5$гын 4кө;

2) $3{,}8>2{,}4$гын 5ке;

3) $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$ гын -12ге;

4) $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$гын -16га.

208. 1) $2a >1$ гын 0,5ке;

2) $4a < -1$ гын 0,25ке;

3) $-4a < -3$ гын 0,25ке;

4) $-2a > -4$ гын $-0{,}5$ке.

209. Берилген барабарсыздыктарды көрсөтүлгөн санга бөлгүлө (209—210):

1) $-2 < 5$ гын 2ге;

2) $4{,}5 > -10$ гын 5ке;

3) $-25 > -30$ гын -5ке;

4) $-20 < -12$ гын -4кө.

210. 1) $1{,}2a < 4{,}8$ гын 1,2ге;

2) $2{,}3a < -4{,}6$ гын 2,3кө;

3) $-\frac{2}{3}x < -\frac{1}{4}$ гын $-\frac{2}{3}$ кө;

4) $-\frac{3}{4}x > \frac{1}{3}$ гын $-\frac{3}{4}$ кө.

211. а саны оң жана $a<1$ болсун. Далилдегиле:

1) $a^2<a$;

2) $a^3<a^2$.

212. $a<b$ болсун. Төмөнкү сандарды салыштыргыла:

1) $-4{,}3a$ жана $-4{,}3b$;

2) $0{,}9a$ жана $0{,}19b$;

3) $\frac{a}{4}$ жана $\frac{b}{4}$;

4) $-\frac{a}{6}$ жана $-\frac{b}{6}$;

5) $-2(a+4)$ жана $2(b+4)$;

6) $\frac{2}{3}(a-5{,}2)$ жана $\frac{2}{3}(b-5{,}2)$.

213. Далилдегиле (213 – 214):

1) эгерде $5a-2b>2a+b$ болсо, анда $a>b$;

2) эгерде $4a-b<2a+b$ болсо, анда $a<b$;

3) эгерде $a+4b>3a+2b$ болсо, анда $a<b$;

4) эгерде $2a+2b<6a-2b$ болсо, анда $a>b$.

214. 1) эгерде $(x-1)(x+2) > (x+1)(x-2)$ болсо, анда $x>0$;

2) эгерде $(x+1)(x-8) > (x+2)(x-4)$ болсо, анда $x>0$;

3) эгерде $(x-3)^2<(4+x)(x-4)$ болсо, анда $x > \frac{25}{6}$;

4) эгерде $(x-3)(3+x)>(x+2)^2$ болсо, анда $x < -\frac{13}{4}$.

215*. $a-b$ айырмасы

1) $a+b$ суммасынан чоң;
2) $a+b$ суммасынан кичине;
3) $a+b$ суммасына барабар;
4) a дан чоң;
5) b дан чоң;
6) b га барабар боло алабы? Мисал келтиргиле.

216*. Далилдегиле:

1) эгерде $a<0$ жана $a\neq-1$ болсо, $a+\frac{1}{a}<-2$;
2) эгерде $ab>0$ жана $a\neq b$ болсо, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}>2$;
3) эгерде $y>0$ жана $y\neq\frac{1}{2}$ болсо, $4y+\frac{1}{y}>4$;
4) эгерде $x<0$ жана $x\neq-\frac{1}{3}$ болсо, $9x+\frac{1}{x}<-6$.

217*. $a>b$ болсун. Далилдегиле:

1) эгерде $ab>0$ болсо, $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$;
2) эгерде $ab<0$ болсо, $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$.

218*. Төмөндөгүлөр туурабы:

1) эгерде $a<b$ болсо, $\frac{a}{b}<1$;
2) эгерде $\frac{a}{b}>1$ болсо, $a>b$;
3) эгерде $\frac{b}{a}<1$ болсо, $\frac{a}{b}>1$;
4) эгерде $a^2<1$ болсо, $a<1$?

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

219. x^2-4x+1 көп мүчөсүнүн $x=\frac{1}{4}$; -3 болгондогу маанисин тапкыла.

220. Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $x(2x+5)=0$;
2) $x(3x-4)=0$;
3) $(x-5)(3x+1)=0$;
4) $(x+4)(2x-1)=0$;
5) $\frac{2x+3}{3x-1}=0$;
6) $\frac{1-2x}{2x+5}=0$;
7) $\frac{(x-3)(x+2)}{x-3}=0$;
8) $\frac{(x-3)(2x+4)}{x+1}=0$.

§ 11. Барабарсыздыктарды кошуу жана көбөйтүү

Ар түрдүү маселелерди чыгарууда бирдей белгидеги барабарсыздыктарды кошуу же көбөйтүүгө туура келет б. а. барабарсыздыктардын оң жана сол жактарын өз-өзүнчө кошууга же көбөйтүүгө туура келет. Ушунун өзүн кээде барабарсыздыктар *мүчөлөп* кошулду же көбөйтүлдү деп айтышат.

Мисалы, эгерде турист биринчи күнү 20 км ден көп, экинчи күнү 25 км ден көп жүрсө, анда ал эки күндүн ичинде 45 км ден көп жүрдү деп ырастоого туура келет.

Ушунун өзүндөй эле тик бурчтуктун узундугу 13 см ден кичине, туурасы 5 см ден кичине болсо, анда тик бурчтуктун аянты 65 см^2 тан кичине деп ырастаса болот.

Жогорку мисалдарда барабарсыздыктарды кошуу жана көбөйтүү жөнүндөгү төмөнкү теоремалар колдонулду:

1-теорема. **Белгилери бирдей болгон барабарсыздыктарды кошкондо, барабарсыздыктын белгиси өзгөрбөйт, б. а. эгерде $a>b$ жана $c>d$ болсо, анда $a+c>b+d$.**

Далилдөө. Шарт боюнча $a-b>0$ жана $c-d>0$. Төмөнкү айырманы карайлы

$$(a+c)-(b+d)=a+c-b-d=(a-b)+(c-d).$$

Оң сандардын суммасы дагы оң сан болгондуктан $(a+c)-(b+d)>0$, б. а. $a+c>b+d$.

Мисалдар:

1) $\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 3>2{,}5 \\ 5>4 \end{array} \\ \hline 8>6{,}5 \end{array}$; 2) $\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 1{,}2<1{,}3 \\ -3<-2 \end{array} \\ \hline -1{,}8<-0{,}7 \end{array}$.

2-теорема: **Сол жана оң жактары оң сан болушкан жана белгилери бирдей барабарсыздыктарды көбөйткөндө ошол эле белгидеги барабарсыздык келип чыгат: эгерде $a>b$, $c>d$, мында a, b, c, d оң сандар болушса, анда $ac>bd$.**

Далилдөө. $ac-bd$ айырманы карайлы:

$ac-bd=ac-bc+bc-bd=c(a-b)+b(c-d)$.

Шарт боюнча $a-b>0$, $c-d>0$, $b>0$, $c>0$. Ошондуктан

$c(a-b)+b(c-d)>0$, б. а. $ac-bd>0$, мындан $ac>bd$.

Мисалдар:

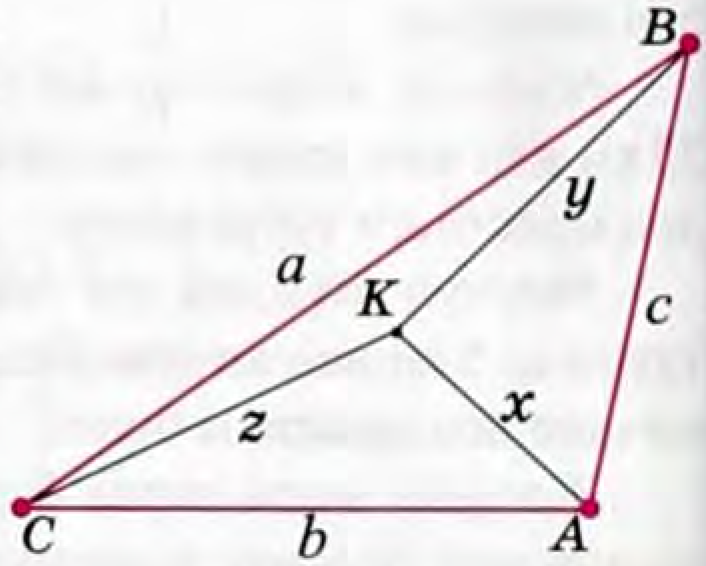
1) $\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 3{,}2>3{,}1 \\ 3>2 \end{array} \\ \hline 9{,}6>6{,}2 \end{array}$; 2) $\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 1{,}8<2{,}1 \\ 4<5 \end{array} \\ \hline 7{,}2<10{,}5 \end{array}$.

1-маселе. Эгерде a, b – оң сандар жана $a>b$ болушса, анда $a^2>b^2$. $a>b$ барабарсыздыгын өзүнө-өзүн көбөйтүп $a^2>b^2$ экенин алабыз.

Ушунун өзүндөй эле, эгерде a, b оң сандар жана $a>b$ болушса, анда $an>bn$, мында n – каалагандай натуралдык сан.

Мисалы, $5>3$ барабарсыздыгынан $5^5>3^5$, $5^7>3^7$ ж. б. барабарсыздыктары келип чыгат.

2-маселе. Үч бурчтуктун ичинде жаткан каалагандай чекиттен анын чокуларына чейинки аралыктардын суммасы, бул үч бурчтуктун жарым периметринен чоң экенин далилдегиле.



6-сүрөт.

Далилдөө. 6-сүрөттү карайлы. x, y, z – ички K чекитинен ABC үч бурчтугунун чокуларына чейинки аралыктар болсун.

AKB, AKC, BKC үч бурчтуктарынан үч бурчтуктун эки жагынын суммасынын узундугу жөнүндө теорема боюнча төмөнкүлөрдү алабыз:

$$x+y>c,$$
$$x+z>b,$$
$$y+z>a,$$

Бул барабарсыздыктарды мүчөлөп кошолу:

$$2x+2y+2z>a+b+c$$

же

$$z+y+z>\frac{a+b+c}{2}.$$

КӨНҮГҮҮЛӨР

221. Төмөнкүлөр туурабы (оозеки):

1) эгерде $x>7$ жана $y>4$ болсо, $x+y>11$;

2) эгерде $x>5$ жана $y>8$ болсо, $xy<40$;

3) эгерде $x<-7$ жана $y<7$ болсо, $x+y<0$;

4) эгерде $x<2$ жана $y<5$ болсо, $xy<10$?

222. Барабарсыздыктарды кошууну аткаргыла:

1) $5>-8$ жана $8>5$; 3) $3x+y<2x+1$ жана $3y-2x<14-2a$;

2) $-8<2$ жана $3<5$; 4) $3x^2+2y>4a-2$ жана $5y-3x^2>3-4a$.

223. Барабарсыздыктарды көбөйтүүнү аткаргыла:

1) $2\frac{2}{3}>1\frac{1}{3}$ жана $12>6$; 3) $x-2>1$ жана $x+2>4$;

2) $6\frac{1}{4} < 9\frac{2}{3}$ жана $4<6$;

4) $4<2x+1$ жана $3<2x-1$.

224. Эгерде $a>2$ жана $b>5$ болсо, анда:

1) $3a+2b>16$;
2) $ab-1>9$;
3) $a^2+b^2>29$;
4) $a^3+b^3>133$;
5) $(a+b)^2>35$;
6) $(a+b)^3>340$.

экенин далилдегиле.

225. Жактары тиешелүү түрдө 73 см, 1 м 15 см жана 1 м 11 см ден кичине болгон үч бурчтук берилди. Анын периметри 3 м ден кичине экенин далилдегиле.

226. 4 дептер жана 8 блокнот сатылып алынды. Дептердин баасы 25 сомдон, блокноттун баасы 20 сомдон аз. Бардык сатылып алынгандардын баасы 300 сомдон аз экенин көргөзгүлө.

227. $a<2$, $b>3$ болсун. Далилдегиле:

1) $a+3<b+2$;
2) $a-1<b-2$;
3) $b-3>a-2$;
4) $2b>2a+2$.

228. $a>2$, $b>3$, $c>1$ болсун. Далилдегиле:

1) $a+b+c>6$;
2) $abc>6$;
3) $2ab+3abc>30$;
4) $abc+2ac>10$;
5) $a+ab+abc^2>13$;
6) $a^2+b^2+c^2>13$.

229. Тик бурчтуктун бир жагы 7 см ден чоң, экинчи жагы биринчисинен 3 эсе чоң. Тик бурчтуктун периметри 56 см ден чоң экенин далилдегиле.

230. Тик бурчтуу аянтчанын узундугу анын туурасынан 5 эсе чоң, ал эми туурасы 4 м ден чоң. Участоктун аянты 80 м^2 дан чоң экенин далилдегиле.

231. Тик бурчтуктун ичинде жаткан каалагандай чекиттен анын чокуларына чейинки аралыктардын суммасы тик бурчтуктун жарым периметринен чоң экенин далилдегиле.

232*. Далилдегиле:

1) эгерде $x+y>5$ жана $x<2$ болсо, анда $y>3$;
2) эгерде $x-y<-3$ жана $x>4$ болсо, анда $y>7$;
3) эгерде $a-3b<5$ жана $a>-4$ болсо, анда $b>-3$;
4) эгерде $2a+3b>1$ жана $a<2$ болсо, анда $b>-1$.

233*. $a<1$ жана a – оң сан болсун. Далилдегиле:

1) $a^3<a$; 2) $a^5<a^2$.

234*. $a>b$ жана a, b – терс сандар болушсун. Далилдегиле:

1) $a^n>b^n$, мында n – так натуралдык сан;

2) $a^n<b^n$, мында n – жуп натуралдык сан.

235*. a, b – оң сандар жана n – натуралдык сан болушсун. Эгерде $a^n>b^n$ болсо, анда $a>b$ экенин далилдегиле.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

236. Туюнтманын маанисин эсептегиле:

1) $\dfrac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}$, эгер $x = -0{,}5$ болсо; 2) $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{x}}}$, эгер $x= -0{,}4$ болсо.

237. Бөлчөктү кыскарткыла:

1) $\dfrac{8-x^3}{25x^2+100+50x}$; 2) $\dfrac{16a^4+16a}{a^2+1-a}$.

238. Бир эле координата системасында $y=\dfrac{10}{x}$ жана $y=10x$ функцияларынын графигин түзгүлө. Бул графиктердин жалпы чекити барбы жана бар болсо, алардын саны канча?

§ 12. Так жана так эмес барабарсыздыктар

$>$ (чоң) жана $<$ (кичине) деген белгилери бар барабарсыздыктар так барабарсыздыктар деп аталат. Мисалы, $\frac{5}{6}>\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}<1$, $a>b$, $c<d$ – так барабарсыздыктар.

Так барабарсыздыктардын $>$ жана $<$ белгилери менен катар $\geq$ (чоң же барабар) жана $\leq$ (кичине же барабар) белгилерин да колдонушат жана аларды так эмес барабарсыздыктардын белгилери деп атайт.

$a\leq b$ барабарсыздыгы $a<b$ же $a=b$ б. а. а саны b дан чоң эмес дегенди түшүндүрөт.

Мисалы, эгерде самолёттун отургузуучу орундары 134 болсо, анда жүргүнчүлөрдүн саны бул учурда 134төн аз же ага барабар боло алат, жана $a\leq 134$ деп жазса болот.

Ушунун өзүндөй эле $a\geq b$ барабарсыздыгы $a>b$ же $a=b$ б. а. a саны b дан кичине эмес дегенди түшүндүрөт.

$\leq$ же $\geq$ белгилерин кармаган барабарсыздыктарды так эмес барабарсыздыктар деп аташат. Мисалы, $18 \geq 12$, $11 \leq 12$, $7 \geq 7$, $4 \leq 4$, $a \leq b$, $c \leq d$ – так эмес барабарсыздыктар.

Так барабарсыздыктардын 10–11– параграфтарда каралган бардык касиеттери так эмес барабарсыздыктар үчүн да туура болот. Так барабарсыздыктар үчүн > жана < белгилери карама-каршы деп эсептелинсе, так эмес барабарсыздыктар үчүн ≥ жана ≤ белгилери карама-каршы деп эсептелинет.

Мисалы 10-параграфтагы 2-теорема так эмес барабарсыздыктар үчүн да туура болот: эгерде $a \geq b$ болсо, анда $a+c \geq b+c$, мында c – каалагандай сан. Чындыгында эле, $a>b$ үчүн бул теорема 10-параграфта далилденген, ал эми $a=b$ үчүн бул ырастоо барабардыктардын белгилүү касиетин көрсөтөт.

Маселе. Каалагандай a жана b сандары үчүн

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \qquad (1)$$

экенин далилдегиле.

Далилдөө: 9-параграфтын 3-маселесинде $a \neq b$ болгон учрда $a^2+b^2>2ab$ так барабарсыздыгы далилденген. $a=b$ болсо (1) барабарсыздыгы $2a^2=2a^2$ накта барабардыгына айланат. Демек, (1) барабарсыздыгы каалагандай a жана b үчүн туура, бирок барабардык белги $a=b$ болгон учурда гана орун алат.

КӨНҮГҮҮЛӨР

239. Төмөнкү барабарсыздыктарды канааттандыруучу эң чоң бүтүн n санын тапкыла:

1) $n \leq -2$;   3) $n < 4$;   5) $n \leq 0{,}2$;

2) $n \leq 3$;   4) $n < -5$;   6) $n \leq -0{,}3$.

240. Төмөнкү барабарсыздыктарды канааттандыруучу эң кичине бүтүн n санын тапкыла:

1) $n \geq -3$;   3) $n > 6$;   5) $n > -4{,}21$;

2) $n \geq 6$;   4) $n > -4$;   6) $n \geq 3{,}24$.

241. Төмөнкү барабарсыздыктарды канааттандыруучу эң чоң бүтүн x санын тапкыла:

1) $\frac{x}{6} \leq 1$;   2) $\frac{x}{4} < -2$.

242. Төмөнкү ырастоолорду барабарсыздык белгилерин колдонуп жазгыла:

1) Бүгүн Бишкекте 0°C, ал эми Караколдо температура (t°C) Бишкектегиден жогору эмес;

2) Суу 2 метрден кем эмес бийиктикке (h м) көтөрүлдү;

3) Нормалдуу басымда суюктук абалындагы суунун температурасы (t°C): 0°C ден төмөн эмес; 100°C ден жогору эмес;

4) Автомобиль транспортунун шаардагы ылдамдыгы

($v\ \frac{км}{саат}$) : $60\frac{км}{саат}$ чоң эмес.

243. $a \le b$ болсун. Төмөнкү барабарсыздыктар туурабы?

1) $a-3 \le b-3$;
3) $a+2,5 < b+2,5$;
2) $5a \le 5b$;
4) $a-4 > b-4$.

244. $a \ge b$ болсун. Төмөнкү барабарсыздыктар туурабы?

1) $-2a > -2b$;
2) $-3a \le -3b$;
3) $\frac{a}{12} \ge \frac{b}{12}$;
4) $\frac{a}{15} < \frac{b}{15}$.

245*. Далилдегиле:

1) эгерде $a-b \ge 4a+5b$ болсо, анда $a \le -2b$;

2) эгерде $a-2b \le 5a+4b$ болсо, анда $2a \ge -3b$;

3) эгерде $(x+2)(x-3) \le (x+3)(x-2)$ болсо, анда $x \ge 0$;

4) эгерде $(x-5)(x+1) \ge (x+5)(x-1)$ болсо, анда $x \le 0$.

246*. x тин бардык маанилери үчүн төмөнкү барабарсыздыктар туура экенин далилдегиле:

1) $(x-1)(x+3) \le (x+1)^2$;
2) $(x+2)^2 \ge (x+1)(x+3)$;

Далилдегиле:

1) каалагандай x үчүн, $4x^2+1 \ge 4x$;

2) $a > 0$ үчүн, $a+\frac{1}{a} \ge 0$;

3) $ab > 0$ үчүн, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \ge 2$;

4) $a \ge b$ жана $ab > 0$ үчүн, $\frac{1}{a} \le \frac{1}{b}$;

5) $a \ge b$ жана $ab < 0$ үчүн, $\frac{1}{a} \ge \frac{1}{b}$;

6) $a+b=1$ үчүн, $a^2+b^2 \ge \frac{1}{2}$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

248. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\dfrac{1+\dfrac{a-x}{x}}{a}$; 2) $\dfrac{\dfrac{a^2-b^2}{a^2}-1}{2a^2b^2}$.

249. Барабарсыздыктарды далилдегиле:

1) $a^2+5 \geq 2a$; 2) $-b^2+2b-3 \leq 1$.

250. x тин кандай маанисинде $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ формуласы менен берилген функциянын мааниси -1 ге барабар?

§ 13. Бир белгисиздүү барабарсыздыктар

Маселе. Эки шаардан бир эле убакытта бирин бири көздөй эки автобус бирдей туруктуу ылдамдыкта жөнөштү. Кыймыл башталгандан 2 саат өткөндөн кийин алар басып өткөн аралыктардын суммасы 200 км ден кем эмес болуш үчүн автобустарга кандай ылдамдыкта жүрүш керек болот?

Чыгаруу. Автобустар кыймылынын изделүүчү ылдамдыгы саатына x километр болсун. 2 сааттын ичинде автобустардын ар бири $2x$ км басып өтөт. Маселенин шарты боюнча автобустардын 2 саатта басып өткөн аралыктарынын суммасы 200 км дан кем эмес:

$$2x+2x \geq 200.$$

Мындан $4x \geq 200$, $x \geq 50$.

Жообу. Ар бир автобустун ылдамдыгы 50 км/сааттан кем эмес болуш керек.

$4x \geq 200$ барабарсыздыгында x тамгасы менен белгисиз сан белгиленген. Бул бир белгисиздүү сызыктуу барабарсыздыктын мисалы болот.

$ax>b$, $ax<b$, $ax\geq b$, $ax\leq b$ барабарсыздыктары, мында a, b берилген сан, x белгисиз сан, *бир белгисиздүү сызыктуу барабарсыздыктар* деп аталат.

Айрым барабарсыздыктар, мисалы $4(3-x)>5+2x$, $\dfrac{x-3}{2} \leq \dfrac{x-2}{3}$, $1-\dfrac{x}{2}<3(x+4)$ сызыктуу барабарсыздыктарга келтирилет.

Барабарсыздык белгинин сол жана оң жагында турган туюнтмаларды тиешелүү түрдө барабарсыздыктын сол жана оң жактары дешет. Барабарсыздыктын сол жана оң жактарындагы ар бир кошулуучуну барабарсыздыктын мүчөлөрү дешет.

Мисалы, $2x-5\geq4+3x$ барабарсыздыгында барабарсыздыктын сол жагы $2x-5$, оң жагы $4+3x$; мүчөлөрү $2x$, -5, 4 жана $3x$.

Жогоруда каралган маселедеги $2x+2x \geq 400$ барабарсыздыгына $x=50$, $x=51$, $x=60$ ты койсок, анда туура сан барабарсыздыктары келип чыгат:

$2\cdot50 + 2\cdot50 \geq 200$; $2\cdot51 + 2\cdot51 \geq 200$; $2\cdot60 + 2\cdot60 \geq 200$.

50, 51, 60 сандарынын ар бирин $2x+2x \geq 200$ барабарсыздыгынын чыгарылышы деп айтышат.

Барабарсыздыкты туура сан барабарсыздыгына айландыра турган белгисиздин маанилерин бир белгисиздүү барабарсыздыктын чыгарылышы деп айтышат.

Барабарсыздыкты чыгаруу – демек, анын бардык чыгарылыштарын табуу же алардын жок экенин далилдөө.

Барабарсыздыктагы белгисиз сан каалагандай тамга менен белгилениши мүмкүн.

Мисалы, $3(y-5)<2(4-y)$, $2t-1\geq4(t+3)$, $5-\frac{z}{2}>\frac{z}{3}-4$ барабарсыздыктарында белгисиздер тиешелүү түрдө y, t, z тамгалары менен белгиленген.

КӨНҮГҮҮЛӨР

251. Төмөнкү ырастоолорду барабарсыздык түрүндө жазгыла:

1) x жана 17 сандарынын суммасы 18ден чоң;

2) 13 менен x сандарынын айырмасы 2ден кичине;

3) 17 жана x сандарынын көбөйтүндүсү 3төн кичине эмес;

4) x жана -3 сандарынын суммасынын эки эселенгени 2ден чоң эмес;

5) x жана 3 сандарынын жарым суммасы алардын көбөйтүндүсүнөн чоң эмес;

6) x жана -4 сандарынын көбөйтүндүсүнүн эки эселенгени алардын айырмасынан кичине эмес.

252. 10, $\frac{1}{2}$, 0, -1 сандарынын кайсынысы төмөнкү барабарсыздыктардын чыгарылышы боло алат:

1) $3x+4>2$;

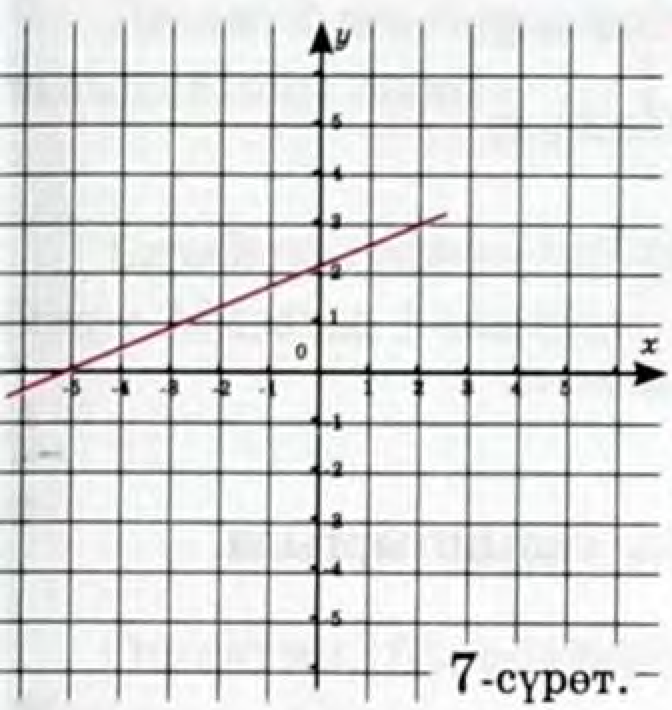
2) $3x+4\leq x$;

3) $\frac{1}{2}x-3\leq1-x$;

4) $3-x\geq\frac{1}{2}x$.

253. y санынын кандай маанилеринде төмөнкү барабарсыздыктар туура:

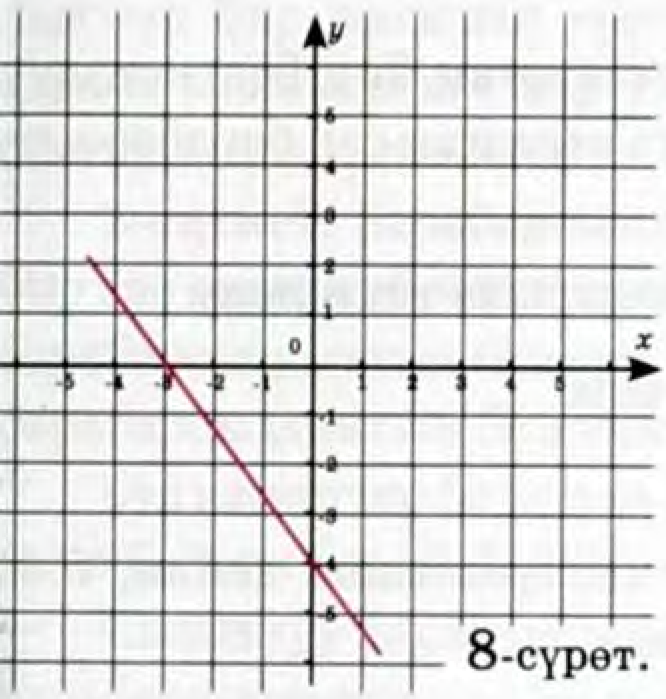
1) $-2y>0$;
2) $-3y<0$;
3) $y^2+1\geq 0$;
4) $2y^2+3\leq 0$;
5) $(y-1)^2\leq 0$;
6) $(y+2)^2>0$.


7-сүрөт.

254. 7-сүрөттө $y=kx+b$ сызыктуу функциясынын графиги түзүлгөн:

1) $x\geq 0$;
2) $x<0$;
3) $x>-5$;
4) $x\leq -5$,

болгондо y кандай маанилерди алаарын барабарсыздык түрүндө жазгыла.


8-сүрөт.

255. 8-сүрөттө $y=kx+b$ сызыктуу функциясынын графиги сүрөттөлгөн. x тин кандай маанилеринде y:

1) оң;
2) терс эмес;
3) терс;
4) – 4төн кичине;
5) – 4төн кичине эмес;
6) – 4төн чоң.

болоорун барабарсыздык түрүндө жазгыла.

256. Төмөнкү функциялардын графиктерин түзгүлө жана график боюнча x тин кандай маанилери үчүн функциянын мааниси оң, терс, 0 гө барабар, 1 ден чоң, 1 ден кичине экенин тапкыла:

1) $y=2x+4$;
2) $y=3x-9$;
3) $y=-2x-8$;
4) $y=-3x+6$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

257. $\frac{2x^2-3x+1}{x-2}$ бөлчөгүнүн $x=\frac{1}{2}$ болгондогу маанисин тапкыла.

258. Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $(x-9)(2-x)=0$;
2) $(x-4)(3-x)=0$;
5) $1-4x^2=0$;
6) $9x^2-4=0$;

3) $2x^2-x=0$;

4) $3x^2+5x=0$;

7) $\frac{5x^2-x}{x}=0$;

8) $\frac{3x^2+x}{x}=0$.

259. $\frac{1}{2}$ саны 2 санынын канча пайызын түзөт?

260. Эгерде m жана n сандарынын айырмасы $m-n$:

1) $-2{,}7$;

2) 3.

экени белгилүү болсо, анда бул сандарды салыштыргыла.

§ 14. Барабарсыздыктарды чыгаруу

Сызыктуу барабарсыздыктарга келтире турган бир белгисиздүү барабарсыздыктарды чыгаруу 10-параграфта каралган сан барабарсыздыктарынын касиеттерине негизделген.

Барабарсыздыктарды чыгаруунун мисалдарына токтололу.

1-маселе. Барабарсыздыктарды чыгаргыла:

$$x+1>7-2x$$

x саны берилген барабарсыздыктын чыгарылышы дейли, б. а. $x+1>7-2x$ барабарсыздыгы x үчүн аткарылат.

$-2x$ мүчөсүн барабарсыздыктын оң жагынан сол жагына белгисин карама-каршысына өзгөртүп алып өтөлү жана 1 санын оң жакка «–» белгиси менен алып өтүп $x+2x>7-1$ туура барабарсыздыгын алабыз. Барабарсыздыктын эки жагында тең окшош мүчөлөрдү топтосок, $3x>6$. Эки жагын тең 3кө бөлүүдөн

$$x>2 \text{ болот.}$$

Ошентип, берилген барабарсыздыктын чыгарылышы x саны деп болжолдоп, $x>2$ ни алдык. x тин 2ден чоң мааниси барабарсыздыктын чыгарылышы экенине ишениш үчүн бардык талкуулоолорду тескери тартипте жүргүзүү жетиштүү болот.

$x>2$ дейли. Туура сан барабарсыздыктардын касиеттерин удаалаш колдонолу:

$3x>6$,

$x+2x>7-1$,

$x+1>7-2x$.

Демек, 2 ден чоң каалагандай x саны берилген барабарсыздыктын чыгарылышы болот.

Жообу: $x>2$.

Барабарсыздыкты чыгарууда толук түшүндүрүүнү бербей койсо деле болот. Мисалы, 1-маселени чыгарууну төмөндөгүдөй жазса болот:

$$x+1>7-2x,$$

$$3x>6,$$

$$x>2.$$

Ошентип, барабарсыздыктарды чыгарууда төмөнкү негизги касиеттер колдонулат:

1-касиет. Барабарсыздыктын каалагандай мүчөсүн барабарсыздыктын бир жагынан экинчи жагына, ошол бул мүчөнүн белгисин карама-каршысына өзгөртүп алып өтсө болот; мында барабарсыздыктын белгиси өзгөрүлбөйт.

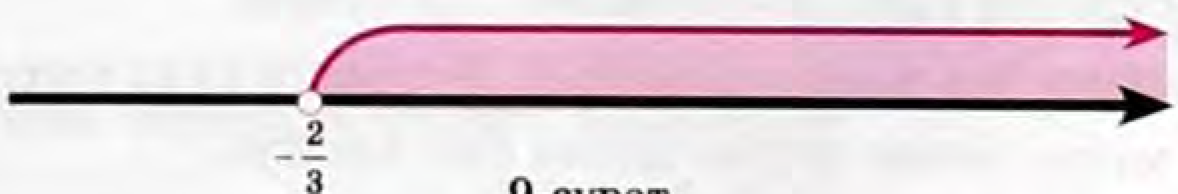
2-касиет. Барабарсыздыктын эки жагын тең нөлгө барабар эмес бир эле санга көбөйтсө же бөлсө болот; эгерде ошол сан оң болсо, анда барабарсыздыктын белгиси өзгөрбөйт, ал эми ошол сан терс болсо, анда барабарсыздыктын белгиси карама-каршысына өзгөрүлөт.

Бул касиеттер берилген барабарсыздыкты ошондой эле чыгарылышка ээ болгон башка барабарсыздыкка алмаштырууга мүмкүндүк берет.

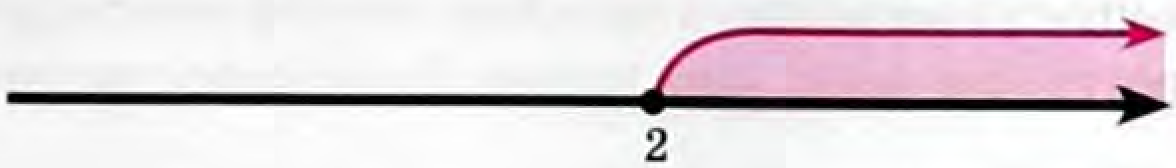
Сызыктуу барабарсыздыктарга келтириле турган бир белгисиздүү барабарсыздыктарды чыгаруу үчүн:

1) белгисизди кармаган мүчөлөрдү барабарсыздыктын сол жагына, ал эми бош мүчөлөрдү оң жагына топтоо керек (1-касиет);

2) окшош мүчөлөрдү топтогондон кийин барабарсыздыктын эки жагын тең белгисиздин алдында турган коэффициентке, эгерде ал нөлгө барабар эмес болсо, бөлүү керек (2-касиет).



9-сүрөт.



10-сүрөт.

2-маселе. Барабарсыздыктарды чыгаргыла:

$$3(x-2)-4(x+1)<2(x-3)-2.$$

Барабарсыздыктын оң жана сол жактарын жөнөкөйлөтөлү. Кашааларды ачалы:

$$3x-6-4x-4<2x-6-2.$$

Белгисиздерди кармаган мүчөлөрдү сол жакка, бош мүчөлөрдү оң жакка алып өтөлү (1-касиет)

$$3x-4x-2x<6+4-6-2$$

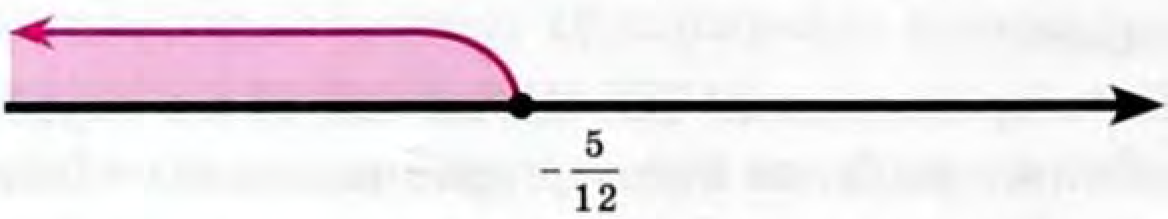
Окшош мүчөлөрдү топтойлу:

$$-3x<2$$

жана эки жагын тең (–3) кө бөлөлү (2-касиет)

$$x>-\frac{2}{3}.$$

Жообу: $x>-\frac{2}{3}$.



11-сүрөт.

Бул чыгарууну кыскача төмөндөгүдөй жазса болот:

$$3(x-2)-4(x+1)<2(x-3)-2,$$

$$3x-6-4x-4<2x-6-2,$$

$$-x-10<2x-8,$$

$$-3x<2,\quad x>-\frac{2}{3}.$$

$x>-\frac{2}{3}$ барабарсыздыгын канааттандырган x сандарынын көптүгү сан огунда 9-сүрөттөгүдөй *шоола* менен сүрөттөлөт.

$x=-\frac{2}{3}$ чекити бул шоолага кирбейт, 9-сүрөттө ал ак тегерек болуп сүрөттөлгөн, *шоола* болсо штрих менен белгиленген.

Ушунун өзүндөй эле, $x\geq 2$ барабарсыздыгын канааттандырган x сандарынын көптүгүн дагы шоола деп айтышат. $x=2$ чекити бул шоолага кирет. (10-сүрөттө) бул чекит кара тегерек болуп сүрөттөлгөн.

3-маселе. Барабарсыздыкты чыгаргыла.

$$\frac{x-5}{6}+1\geq\frac{5x}{2}-\frac{x-3}{3}.$$

Барабарсыздыктын эки жагын тең 6 га көбөйтөлү:

$$6\cdot\frac{x-5}{6}+6\cdot 1\geq 6\cdot\frac{5x}{2}-6\cdot\frac{x-3}{3}.$$

Кашааларды ачып, окшош мүчөлөрдү топтойлу:

$$x-5+6\geq 15x-2x+6,$$

$$x+1\geq 13x+6,$$

мындан $-12x\geq 5, x\leq -\frac{5}{12}$.

Бул барабарсыздыктын чыгарылышынын көптүгү 11-сүрөттө көрсөтүлгөн б. а. $x\leq -\frac{5}{12}$

Бул каралган мисалдардагы барабарсыздыктар жөнөкөйлөтүлгөндөн кийин, белгисиздин алдындагы коэффициенти нөлгө барабар эмес болгон, сызыктуу барабарсыздыктарга келтирилет. Кээ бир учурларда бул коэффициент нөлгө барабар болуп калышы мүмкүн.

Ушундай барабарсыздыктарга мисал келтирели.

4-маселе. Барабарсыздыкты чыгаргыла:

$$2(x+1)+5>3-(1-2x).$$

Барабарсыздыктын эки жагын тең жөнөкөйлөтөлү:

$$2x+2+5>3-1+2x,$$

$$2x+7>2+2x,$$

мындан,

$$2x-2x>2-7,$$

$$0\cdot x>-5.$$

Акыркы барабарсыздык x тин каалагандай мааниси үчүн туура болот, себеби x тин каалагандай маанисинде анын сол жагы нөлгө барабар жана $0>-5$. Демек, x тин каалагандай мааниси берилген барабарсыздыктын чыгарылышы болот.

Жообу: x — каалагандай сан.

5-маселе. Барабарсыздыкты чыгаргыла:

$$3(2-x)-2>5-3x.$$

Барабарсыздыктын сол жагын жөнөкөйлөтөлү:

$$6-3x-2>5-3x,$$

$$4-3x>5-3x,$$

мындан

$$-3x+3x>5-4,$$

$$0\cdot x>1 \text{ болот.}$$

Акыркы барабарсыздык чыгарылышка ээ эмес, себеби барабарсыздыктын сол жагы x тин каалагандай маанисинде нөлгө барабар жана 0>1 барабарсыздыгы туура эмес. Демек, барабарсыздык чыгарылышка ээ эмес.

Жообу: чыгарылышы жок.

КӨНҮГҮҮЛӨР

Барабарсыздыктарды чыгаргыла (261—262):

261. 1) $x+2\geq15$; 3) $3\leq y+6$; 5) $2z\geq z-7$;

2) $x-6<8$; 4) $-4>5-y$; 6) $3z\leq 2z+4$.

262. 1) $12x>-36$; 3) $\frac{y}{4}\leq 7$; 5) $7{,}2z>-27$;

2) $-7x\leq56$; 4) $-5<\frac{z}{3}$; 6) $-4{,}5x\geq9$.

Барабарсыздыктарды чыгаргыла жана алардын чыгарылыштарынын көптүгүн сан огунда сүрөттөгүлө (263–264):

263. 1) $2x-16>0$; 3) $3x-15<0$; 5) $9-3x\geq0$;

2) $18-3x>0$; 4) $25-5x<0$; 6) $2x+4\leq0$.

264. 1) $3(x+1)\leq x+5$; 3) $2(x-3)+4<x-2$; 5) $\frac{x-1}{3}\geq\frac{2x-3}{5}$;

2) $4(x-1)\geq5+x$; 4) $x+2<3(x+2)-4$; 6) $\frac{3x-2}{4}\geq\frac{2x-1}{3}$.

265. x тин кандай маанилеринде төмөнкү туюнтма оң маанилерге ээ болот?

1) $\frac{3}{8}x+4$; 3) $2(x+3)+3x$; 5) $\frac{1}{3}-2(x+4)$;

2) $\frac{5}{2}-4x$; 4) $3(x-5)-8x$; 6) $\frac{1}{2}-3(x-5)$.

266. y тин кандай маанилеринде төмөнкү туюнтма терс маанилерге ээ болот?

1) $5-\frac{2}{3}y$; 3) $\frac{y-2}{3}+\frac{1}{3}$; 5) $\frac{3y-5}{2}-\frac{y}{2}$;

2) $\frac{3}{4}-2y$; 4) $\frac{8y-3}{5}-\frac{2}{5}$; 6) $\frac{4-5y}{6}-\frac{y}{6}$.

267. Барабарсыздыктардын чыгарылышы болгон эң кичине бүтүн санды тапкыла:

1) $4(y-1)<2+7y$; 3) $3(x-2)-2x<4x+1$;

2) $4y-9>3(y-2)$; 4) $6x+1\geq2(x-1)-3x$.

268. Барабарсыздыктардын чыгарылышы болгон эң чоң бүтүн санды тапкыла:

1) $5-2x>0$; 3) $3(1-x)>2(2-x)$;

2) $6x+5\leq 0$; 4) $4(2-x)<5(1-x)$.

Барабарсыздыктарды чыгаргыла (269—270):

269. 1) $\frac{3x}{2}-\frac{3}{5}<4x+3$; 3) $\frac{4-3y}{2}-\frac{8y+1}{6}<15y-6$;

2) $\frac{x}{5}-5>1\frac{3}{4}-\frac{5x}{2}$; 4) $8+\frac{3y-2}{4}>\frac{y-1}{6}-\frac{5y+4}{3}$.

270. 1) $\frac{x+1}{2}-2x\leq\frac{x-2}{3}+\frac{x}{2}$; 3) $\frac{2x-1}{2}-\frac{2x}{5}>\frac{3x-2}{5}-\frac{x}{4}$;

2) $\frac{x-4}{3}+3x\geq\frac{x}{3}-\frac{x+1}{4}$; 4) $\frac{3x+1}{4}-\frac{x}{2}<\frac{5x-2}{3}+\frac{3x}{5}$.

271. 1) a нын кандай маанилери үчүн $\frac{a}{3}$ бөлчөгү $\frac{a+1}{4}$ бөлчөгүнөн чоң?

2) b нын кандай маанилери үчүн $\frac{b+3}{2}$ бөлчөгү $\frac{b+1}{5}$ бөлчөгүнөн кичине?

3) x тин кандай маанилери үчүн $\frac{6x-7}{15}$ жана $\frac{3-x}{9}$ бөлчөктөрүнүн айырмасы $\frac{3x-5}{6}$ бөлчөгүнөн кичине?

4) x тин кандай маанилери үчүн $\frac{2-5x}{4}$ жана $\frac{7x-3}{6}$ бөлчөктөрүнүн суммасы $\frac{2x+5}{6}$ бөлчөгүнөн кичине?

Барабарсыздыктарды чыгаргыла (272—275).

272. 1) $3(x-2)+x<4x+1$; 4) $\frac{2x-1}{5}-4<x-\frac{3x+1}{5}$;

2) $5(x+2)-x>3(x-1)+x$; 5) $5x+1>2(x-1)+3(x+1)$;

3) $\frac{3x+6}{4}-\frac{x}{4}>\frac{x+2}{2}$; 6) $\frac{x+4}{2}-x\leq 2-\frac{x}{2}$.

273. 1) $5(x+2)+2(x-3)<3(x-1)+4x$;

2) $3(2x-1)+3(x-1)>5(x+2)+2(2x-3)$;

3) $\frac{5x+3}{2}-1\geq 3x-\frac{x-7}{2}$;

4) $2-\frac{x-4}{3}\leq 2x-\frac{7x-4}{3}$.

274. 1) $(x-1)^2+7>(x+4)2$; 3) $(x+3)(x-2)\geq(x+2)(x-3)$;

2) $(1+x)^2+3x^2<(2x-1)2+7$; 4) $(x+1)(x-4)+4\geq(x+2)(x-3)-x$.

275. 1) $\frac{2}{3x+6}<0$;
4) $\frac{-2,3}{0,4x+8}<0$;

2) $\frac{3}{2x-4}>0$;
5) $\frac{-1,7}{2,1+6,3x}<0$;

3) $\frac{-1,7}{0,5x-2}>0$;
6) $\frac{-3,8}{3,2-6,4x}>0$.

276. x тин кандай маанилери үчүн y=2,5x–4 функциясынын мааниси:

1) оң;
3) 1 ден чоң;

2) терс;
4) –4төн кичине?

277. x тин кандай маанилери үчүн y = 3,5–0,5x функциясынын мааниси:

1) оң;
3) 3,5тен чоң эмес;

2) терс;
4) 1ден кичине эмес?

278. y=3–2x функциясынын графигин түзгүлө. Графиктин чекиттери:

1) абцисса огунан жогору;

2) y=2 түз сызыгынан жогору;

3) абцисса огунан төмөн;

4) y=4 түз сызыгынан төмөн

жата турган x тин маанилерин графиктин жардамы менен тапкыла. Тиешелүү барабарсыздыктарды чыгарып, жыйынтыгын текшергиле.

279. Темир жол платформасынын ар бирине 5тен көп эмес контейнер жайгаштырууга мүмкүн болсо, 183 контейнерди ташуу үчүн канча платформа керек?

280. Менеджер фирманын тапшырмасы боюнча 40 даана радиоаппаратура сатмак. Бул тапшырманы 7% дан ашык аткаруу үчүн, ал канча даана радиоаппаратура сатуу керек?

281. Үч бурчтуктун бир жагы 8 см, экинчиси 13 см.

1) Үчүнчү жагынын узундугу сантиметрдин кандай эң кичине бүтүн саны боло алат? 2) Үчүнчү жагынын узундугу сантиметрдин кандай эң чоң бүтүн саны боло алат?

282. Так сан менен өзүнөн кийинки үч так сандардын суммасы 49дан чоң. Бул шартты канааттандырган эң кичине так санды тапкыла.

283. Жуп сан менен өзүнөн кийинки жуп сандын үч эселенген көбөйтүндүсүнүн суммасы 69дан кичине. Бул шартты канааттандырган эң чоң жуп санды тапкыла.

84*. Аралыгы 60 км болгон эки пункттан бири-бирин көздөй бир убакытта жөө адам жана велосипедист турактуу ылдамдыктарда жөнөштү. Жөө адамдын ылдамдыгы 4км/саатка барабар. Велосипедист кыймыл башталгандан 3 сааттан көп эмес убакытта жөө адам менен кезигишүүсү үчүн, кандай ылдамдыкта жүрүшү керек?

85*. x тин кандай маанилеринде $y = 3x+4,5$ функциясынын графигинин чекиттери $y = -2x + 1$ функциясынын графигинин чекиттеринен жогору жатышат?

86*. x тин кандай маанилеринде $y = 5x - 4$ функциясынын графигинин чекиттери $y=\frac{1}{2}x+5$ функциясынын графигинин чекиттеринен төмөн жатышат?

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

87. Далилдегиле:

1) $9a+\frac{1}{a}\geq 6$, эгер $a>0$; 2) $25b+\frac{1}{b}\leq -10$, эгер $b<0$.

88. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

$$\left(\frac{8x}{16-9x^2}+\frac{x}{3x-4}\right):\left(1-\frac{4-3x}{4+3x}\right)$$

89. Төмөнкү туюнтмалардын маанисин нөл саны менен салыштыргыла:

1) $\frac{3ab}{a^2+b^2}$, мында $a>0$, $b<0$; 2) $\frac{5a^3b^2}{a+b}$, мында $a<0$, $b<0$.

§ 15. Бир белгисиздүү барабарсыздыктар системасы. Сан аралыктары

1. Барабарсыздыктардын системасы

Маселе. Көлөмү 4000 л болгон бош бассейнге сууну куя баштапты. саттан кийин бардык бассейндин жарымынан көбү толгудай жана 5 ааттан кийин бассейн толуп, ашып кетпегидей кылып, бассейнге саа-ына канча литр суу куюу керек?

Бассейнге 1 саатта келген суунун саны x литр болсун. Маселенин шарты боюнча $4x>2000$, $5x\leq4000$. Биринчи барабарсыздыктан $x>500$ экенин, экинчиден $x\leq800$ дү алабыз.

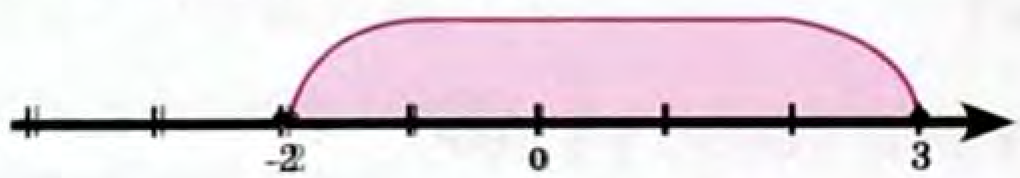
Жообу: Бассейнге саатына 500 л ден көп 800 л ден ашпаган суу куюу керек

Бир эле белгисиз x саны $4x>2000$ жана $5x\leq4000$ барабарсыздыктарын да катышты. Ошондуктан бул барабарсыздыктарды чогуу карашат:

$$\begin{cases}4x>2000,\\5x\leq4000\end{cases}\qquad(1)$$

да, аларды **барабарсыздыктардын системасын** түзүшөт деп айтышат. Фигуралык кашаа – бул х тин (1) системасынын эки барабарсыздыгын тең туура сан барабарсыздыгына айландыра турган маанилерин табуу керек дегенди түшүндүрөт.

(1) системасы – бул *бир белгисиздүү сызыктуу барабарсыздыктардын системасына* мисал болот.



12-сүрөт.

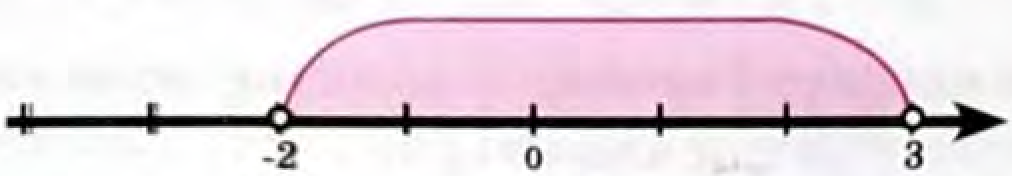
Бир белгисиздүү сызыктуу барабарсыздыктар системасына келтириле турган барабарсыздыктар системаларынын дагы мисалдарын карайлы:

$$\begin{cases}3(x+1)>5,\\4(x-1)>(x-2)\end{cases}\qquad\begin{cases}2x-1\geq3x,\\5(x-1)\leq8,\\x-1>5.\end{cases}$$

Бир белгисиздүү барабарсыздыктар системасынын чыгарылышы деп, системадагы бардык барабарсыздыктарды туура сан барабарсыздыгына айландыра турган белгисиздин маанисин айтабыз.

Барабарсыздыктардын системасын чыгаруу – демек, системанын бардык чыгарылыштарын табуу же алардын жок экенин далилдөө.

Мисалы, $x=1$ саны



13-сүрөт.

$$\begin{cases}2x\geq-4,\\3x\leq9\end{cases}\qquad(2)$$

системасынын чыгарылышы болот, себеби $x=1$ маанисинде (2) системасынын барабарсыздыктарынын экөө тең туура:

$$\begin{cases}2\cdot1\geq-4,\\3\cdot1\leq9.\end{cases}$$

(2) системасынын биринчи барабарсыздыгынын 2ге, экинчисин 3кө бөлүп,

14-сүрөт.

$$\begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 3 \end{cases}$$

экенин алабыз.

Демек, (2) системасынын чыгарылыштары болуп, x тин -2ден кичине эмес жана 3төн чоң эмес маанилери болот. $x \geq -2$ жана $x \leq 3$ барабарсыздыктарын $-2 \leq x \leq 3$ деп жазса болот.

2. Сан аралыктары

Бир белгисиздүү барабарсыздыктардын системасынын чыгарылыштары ар түрдүү сан көптүктөрү болушат.

Мисалы, $-2 \leq x \leq 3$ болгон x сандарынын көптүгү сан огунда учтары -2 жана 3 болгон кесинди болуп сүрөттөлөт (12-сүрөт).

Ошондуктан, $-2 \leq x \leq 3$ барабарсыздыгын канааттандырган x сандарынын көптүгү кесинди болот жана $[-2; 3]$ деп белгиленет.

Эгерде $a<b$ болсо, анда $a \leq x \leq b$, барабарсыздыгын канааттандырган x сандарынын көптүгү кесинди деп аталат жана $[a; b]$ деп белгиленет.

Мисалы, $[4; 7]$ кесиндиси — бул $4 \leq x \leq 7$ барабарсыздыктарды канааттандырган x сандарынын көптүгү.

$$2<x<7, \qquad -1 \leq x<2, \qquad 4<x \leq 7$$

түрүндөгү барабарсыздыктарды канааттандырган сандардын көптүгү үчүн да атайын аталыштар киргизилет.

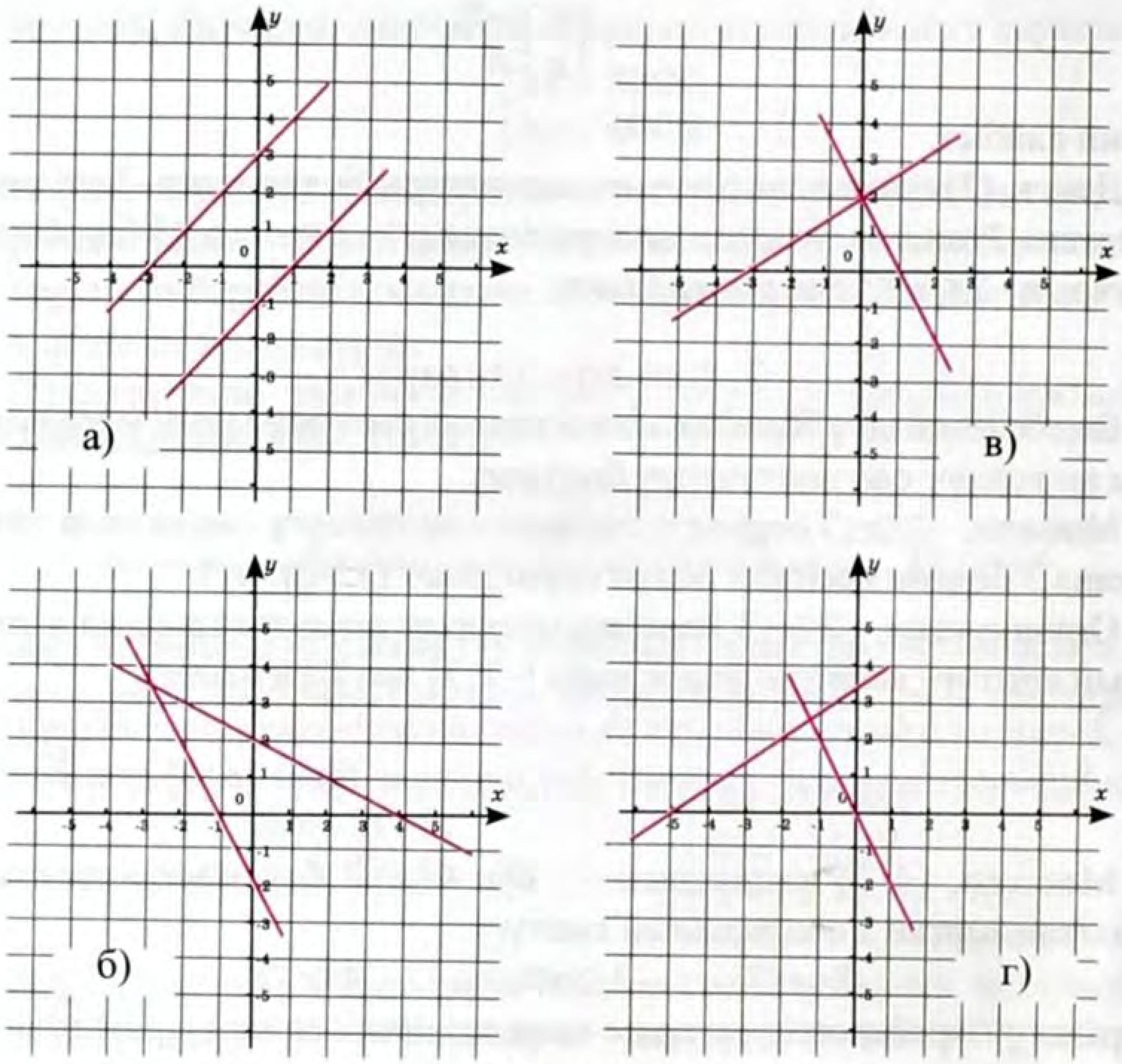
Эгерде $a<b$ болсо, $a<x<b$ барабарсыздыгын канааттандырган x сандарынын көптүгү интервал деп аталат жана $(a; b)$ деп белгиленет.

Мисалы, $(-2; 3)$ интервалы – бул $-2<x<3$ барабарсыздыктарын канааттандырган x сандарынын көптүгү (13-сүрөт).

15-сүрөт.

$a \leq x< b$ же $a < x \leq b$ барабарсыздыктары x сандарынын көптүгү жарым интервалдар деп аталышат жана тиешелүү түрдө $[a; b)$ жана $(a; b]$ деп белгиленишет.

Мисалы, $[-1; 2)$ жарым интервалы $-1 \le x < 2$ барабарсыздыктарын канааттандырган x сандарынын көптүгү; $(4; 7]$ жарым интервалы $4 < x \le 7$ барабарсыздыктарын канааттандырган x сандарынын көптүгү (14-сүрөт).



16-сүрөт.

Кесиндилер, интервалдар, жарым интервалдар жана шоолалар сан аралыктары деп аталышат.

Ошентип, сан аралыктарын барабарсыздыктар түрүндө берсе болот.

КӨНҮГҮҮЛӨР

290. -3; 0; 5 сандарынын кайсынысы төмөнкү барабарсыздыктар системасынын чыгарылышы болот?

1) $\begin{cases} 5 - x \le 9, \\ 2 - 3x > -4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{1}{3}x - 2 > 1, \\ 5 - 2x > -25. \end{cases}$

291. –2; 0; 1 сандарынын кайсынысы төмөнкү барабарсыздыктар системасынын чыгарылышы болот?

1) $\begin{cases} 12x-1<1, \\ -3-x\le 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x-1\ge 4-x, \\ x+6>2. \end{cases}$

292. Барабарсыздыктар системасынын чыгарылышы болгон бардык бүтүн сандарды тапкыла:

1) $\begin{cases} x>2, \\ x<7; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x\le 2{,}7, \\ x\ge 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x\le 3, \\ x>-1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x\ge -5{,}1, \\ x<5{,}1. \end{cases}$

293. Берилген кош барабарсыздыгын канааттандырган x сандарынын көптүгүн сан аралыктарынын белгилери менен жазгыла жана аны сан огунда сүрөттөгүлө:

1) $1\le x\le 5$; 3) $-1<x<4$; 5) $-3\le x<1$;

2) $-1\le x\le 3$; 4) $1<x<2$; 6) $-4<x\le -2$.

294. Берилген сан аралыктарында жаткан x сандарынын көптүгүн кош барабарсыздык түрүндө жазгыла жана аны сан огунда сүрөттөгүлө:

1) $[-4; 0]$; 3) $(-4; -2)$; 5) $(-1; 4]$;

2) $[-3; -1]$; 4) $(0; 3)$; 6) $[-2; 2)$.

295. 15-сүрөттө көрсөтүлгөн x сандарынын көптүгүн кош барабарсыздык түрүндө жана сан аралыктарынын белгилениши менен жазгыла.

296. $[2; 3]$ кесиндиси $(1; 4)$ интервалында жатабы?

297. $[2; 4]$ жана $[3; 5]$ кесиндилери жалпы чекиттерге ээби?

298. Бир эле координата тегиздигинде эки сызыктуу функциянын графиктери сүрөттөлгөн (16-сүрөт). x тин кандай маанилери үчүн функциялардын экөөнүн тең маанилери бир убакытта оң, терс?

299.* Бир эле координата тегиздигинде $y=-2x-2$ жана $y\,\square\,2\,\square\,\frac{x}{2}$ функцияларынын графигин түзгүлө. Эки функциянын тең маанилери:

1) оң. 2) терс.

боло турган x тин маанилеринин көптүгүн абцисса огунда белгилегиле.

300.* Барабарсыздыктарды чыгаргыла:

1) $(x-3)(2x-3)+6x^2\ge 2(2x-3)^2$;

2) $(5-6x)(1+3x)+(1+3x)^2\le (1+3x)(1-3x)$;

3) $(2x+1)(4x2-2x+1)-8x^3 \geq -2(x+3)$;

4) $(x-2)(x^2+2x+4) \leq x(x^2+2)+1$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

301. $\frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{x+1}{x}$ көбөйтүүнү рационалдык бөлчөк түрүндө жазгыла.

302. $y = 5x-10{,}15$ функциясы кандай аралыкта терс мааниге ээ болот?

303. Туюнтмалардын сандык маанилерин тапкыла:

1) $a^3b^2c^2$, эгер $a = -1$, $b = -3$, $c = 2$;

2) ab^3c^2, эгер $a = -2$, $b = -1$, $c = -3$;

3) $\frac{a^3b^2}{c^3}$, эгер $a = 2$, $b = -3$, $c = -1$;

4) $\frac{ab^3}{c^2}$, эгер a = 8, b= –1, c= –2.

§ 16. Барабарсыздыктардын системасын чыгаруу

Барабарсыздыктардын системасын чыгаруунун мисалдарын карайлы.

1-маселе. Барабарсыздыктардын системасын чыгаргыла:

$$\begin{cases} 5x-1) > 3(x+1), \\ 2(x+4) > x+5. \end{cases} \qquad (1)$$

Чыгаруу. Биринчи барабарсыздыкты чыгаралы:

$$5x-1 > 3x+3$$

$$2x > 4$$

$$x > 2.$$

Демек, биринчи барабарсыздык $x>2$ болгондо аткарылат. Экинчи барабарсыздыкты чыгаралы:

$$2x+8 > x+5,$$

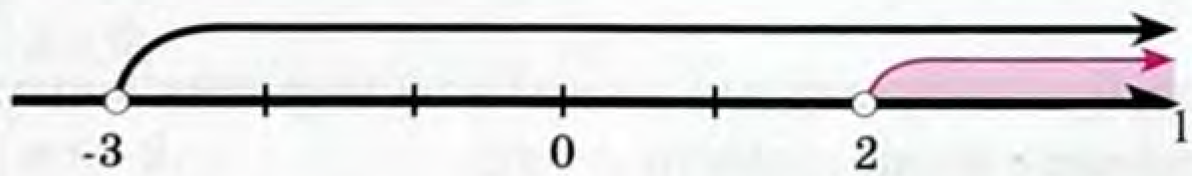
$$x > -3.$$

Демек, (1) системасынын экинчи барабарсыздыгы $x > -3$ болгондо аткарылат.

(1) системасынын биринчи жана экинчи барабарсыздыктарынын чыгарылыштар көптүгүн сан огунда сүрөттөйлү (17-сүрөт).

x>2 шоолосынын бардык чекиттери биринчи барабарсыздыктын чыгарылыштары, $x> -3$ шооласынын бардык чекиттери биринчи барабарсыздыктын чыгарылыштары, $x>-3$ шооласынын бардык чекиттери экинчи барабарсыздыктын чыгарылыштары болушат. Эки шоолага тең тиешелүү x тин маанилери (1) системасынын чыгарылыштары болушат. Сүрөттөн бул шоолалардын бардык жалпы чекиттеринин көптүгү $x>2$ шооласы экени көрүнүп турат.

Жообу: $x>2$.



17-сүрөт

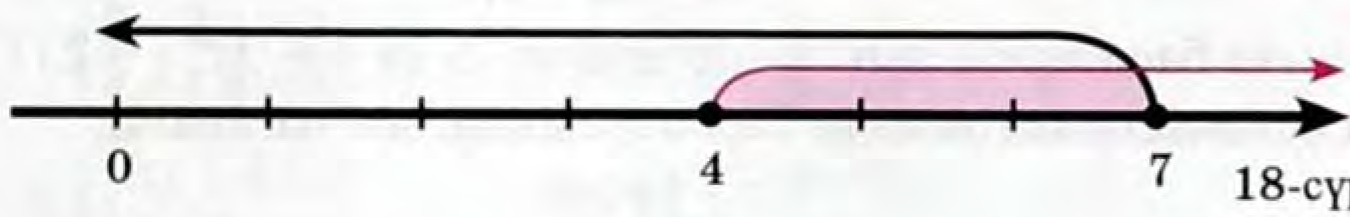
2-маселе. Барабарсыздыктар системасын чыгаргыла:

$$\begin{cases} 3(x-1) \le 2x+4, \\ 4x-3 \ge 13. \end{cases} \qquad (2)$$

Чыгаруу. Биринчи барабарсыздыкты чыгаралы:

$$3x-3 \le 2x+4,$$
$$x \le 7.$$

(2)системасынын экинчи барабарсыздыгын чыгаралы:
$4x \ge 16$, $x \ge 4$



18-сүрөт.

Сан огунда системанын биринчи жана экинчи барабарсыздыктарынын чыгарылыш көптүгүн сүрөттөйлү. Биринчи барабарсыздыктын чыгарылышы $x\le7$ шооласы, экинчи барабарсыздыктын чыгарылышы $x\ge4$ шооласы (18-сүрөт).

Бул шоолалардын жалпы чекитинин көптүгү [4; 7] кесиндиси болоору сүрөттөн көрүнүп турат.

Жообу: $4\le x \le7$.

3-маселе. Барабарсыздыктардын системасын чыгаргыла:

$$\begin{cases} \dfrac{5x}{12}+\dfrac{4}{3} \ge \dfrac{x+1}{3}, \\ 2-\dfrac{5x}{14} < \dfrac{2-x}{2}. \end{cases} \qquad (3)$$

Чыгаруу. (3) системасынын биринчи барабарсыздыгын чыгаралы:

$$5x+16 \ge 4x+4,$$

$$x \geq -12.$$

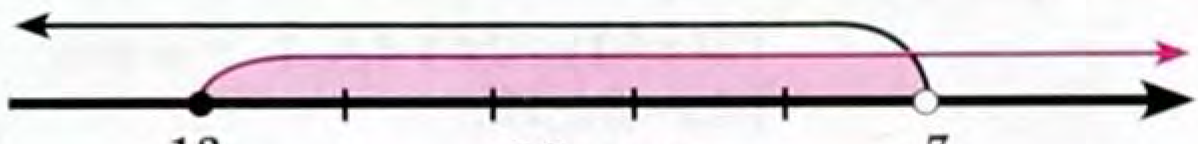
Экинчи барабарсыздыкты чыгаралы:

$$28 - 5x < 14 - 7x,$$
$$2x < -14,$$
$$x < -7.$$

Сан огунда $x \geq -12$ жана $x < -7$ шоолаларын сүрөттөйлү (19-сүрөт).

Сүрөттө, бул шоолалардын жалпы чекиттеринин көптүгү $[-12;-7)$ жарым интервалы экени көрүнүп турат.

Жообу: $-12 \leq x < 7$.



19-сүрөт.

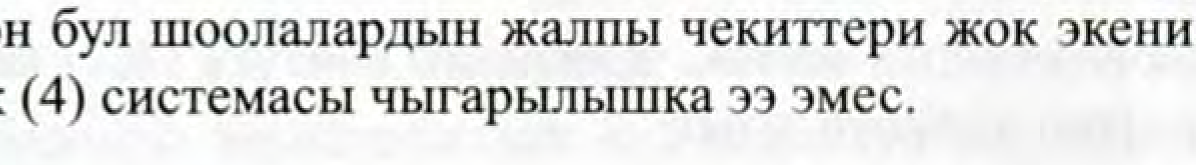
4-маселе. Барабарсыздыктардын системасы чыгарылышка ээ эмес экенин көргөзгүлө:

$$\begin{cases} 2(1-x) < 4-3x, \\ 10-3x < 1. \end{cases} \qquad (4)$$

Биринчи барабарсыздыкты чыгаралы: $2-2x < 4-3x$, $x < 2$.

(4) системасынын экинчи барабарсыздыгын чыгаралы:

$$-3x < -9,$$
$$x > 3.$$



20-сүрөт.

Сан огунда $x<2$ жана $x>3$ шоолаларын сүрөттөйлү (20-сүрөт).

Сүрөттөн бул шоолалардын жалпы чекиттери жок экени көрүнүп турат. Демек (4) системасы чыгарылышка ээ эмес.

КӨНҮГҮҮЛӨР

Барабарсыздыктардын системасынын бардык чыгарылыштарын бир барабарсыздык менен жазгыла жана бул көптүктү сан огунда сүрөттөгүлө (304–305):

304. 1) $\begin{cases} x > 2, \\ x > 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x > 0, \\ x > -1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x > 2, \\ x \geq -3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \geq -2, \\ x \geq -4. \end{cases}$

305. 1) $\begin{cases} x \leq 1, \\ x < 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < 0, \\ x < -1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x < -2, \\ x < -5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \leq 1, \\ x \leq 0. \end{cases}$

Барабарсыздыктардын системасынын бардык чыгарылыштарын кош барабарсыздык менен жазгыла жана бул көптүктү сан огунда сүрөттөгүлө (306—307):

306. 1) $\begin{cases} x > 2, \\ x < 5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x < 0, \\ x \geq -2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x > 3, \\ x < 6; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \geq 0, \\ x < \frac{1}{2}. \end{cases}$

307. 1) $\begin{cases} x \leq -2, \\ x \geq -7{,}5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x \geq 0{,}8, \\ x < 2{,}2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x < 1{,}5, \\ x \geq -1{,}5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \leq 7{,}5, \\ x \geq -0{,}5. \end{cases}$

Барабарсыздыктардын системасын чыгаргыла (308—315).

308. 1) $\begin{cases} 3x - 18 > 0, \\ 4x > 12; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 5 > 0, \\ 3x + 6 \geq 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 7x - 14 \geq 0, \\ 2x \geq 8; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x + 7 \geq 0, \\ 5x + 15 > 0. \end{cases}$

309. 1) $\begin{cases} 3 - 2x \geq 0, \\ 4x + 8 < 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 3 \leq 0, \\ 3x + 9 \leq 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + 4 \leq 0, \\ 4 - 3x > 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 9 < 0, \\ 12x > 3x. \end{cases}$

310. 1) $\begin{cases} 7 - 2x \geq 0, \\ 5x - 20 < 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 6 - 2x > 0, \\ 3x + 6 > 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + 5 \leq 0, \\ 9x + 18 \leq 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 10 - 2x \geq 0, \\ 4x - 8 \geq 0. \end{cases}$

311. 1) $\begin{cases} 3x + 3 \leq 2x + 1, \\ 3x - 2 \leq 4x + 2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 5(x+1) - x > 2x + 2, \\ 4(x+1) - 2 \leq 2(2x+1) - x; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x + 2 \geq 5x + 3, \\ 2 - 3x < 7 - 2x; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2(x-1) - 3 < 5(2x-1) - 7x, \\ 3(x+1) - 2 \leq 6(1-x) + 7x; \end{cases}$

312. 1) $\begin{cases} 5(x+1) \leq 3(x+3) + 1, \\ \frac{2x-1}{7} \leq \frac{x+1}{2}; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{x-5}{6} \leq \frac{3x-1}{4}, \\ \frac{x+2}{3} > \frac{x+3}{5}; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2(2x+1) + x > 3(x-1) + 4, \\ \frac{2x-1}{3} \geq \frac{3x-2}{4}; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x+3}{2} \geq \frac{2x+7}{5}, \\ \frac{2x-3}{7} < \frac{x-2}{3} + \frac{5}{21}. \end{cases}$

313. 1) $\begin{cases} \dfrac{3-2x}{15} \le \dfrac{x-2}{3} + \dfrac{x}{5}, \\ \dfrac{1-3x}{12} \ge \dfrac{5x-1}{3} - \dfrac{7x}{4}; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \dfrac{6x-5}{3} - \dfrac{1}{5} < \dfrac{4x+3}{5} - 0{,}6, \\ \dfrac{8x+1}{2} - \dfrac{9x}{5} < \dfrac{6x-1}{5} + 0{,}1; \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{5x+7}{6} - \dfrac{3x}{4} < \dfrac{11x-7}{12}, \\ \dfrac{1-3x}{2} - \dfrac{1-4x}{3} \ge \dfrac{x}{6} - 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{8x+1}{3} > \dfrac{4x+9}{2} - \dfrac{x-1}{3}, \\ \dfrac{5x-2}{8} < \dfrac{2x+13}{2} - \dfrac{x+2}{3}. \end{cases}$

314. 1) $\begin{cases} 2(4x-1)-3x<5(x+2)+7, \\ \dfrac{x-2}{3} \le \dfrac{x-3}{2}; \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{3(x-1)}{2} - 1{,}3x \ge \dfrac{x}{5} - 1{,}5, \\ \dfrac{x-3}{5} < \dfrac{x+5}{3}. \end{cases}$

315. 1) $\begin{cases} 3(x+8) \ge 4(7-x), \\ (x+2)(x-5) > (x+3)(x-4); \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x+2>x-2, \\ x+1{,}5>6-2x, \\ 5x+11 \le x+23; \end{cases}$

2) $\begin{cases} (x+3)(x-6) \le (x+2)(x+1)+4, \\ 2(6x-1) \ge 7(2x-4); \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x-4<8x+6, \\ 2x-1>5x-4, \\ 11x-9 \le 5x+3. \end{cases}$

316. Барабарсыздыктар системаларынын чыгарылыштары болгон бардык бүтүн сандарды тапкыла:

1) $\begin{cases} 0{,}2>-1, \\ -\dfrac{x}{3} \ge 1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} < \dfrac{x}{3}, \\ \dfrac{x+1}{2} \ge \dfrac{x}{5}; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 1-0{,}5x \ge 0, \\ -\dfrac{x\square 5}{5} < -1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{4} \le \dfrac{x}{5}, \\ \dfrac{x}{3} > \dfrac{x+4}{7}. \end{cases}$

317. x тин кандай маанилеринде $y = 0{,}5x+2$ жана $y = 3-3x$ функцияларынын маанилери бир эле убакта: 1) оң; 2) терс; 3) 3төн чоң; 4) 3төн кичине болот?

Жообун, берилген функциялардын графиктерин бир координата тегиздигинде түзүп көрсөткүлө.

318. x тин кандай маанилеринде $y = x-2$ жана $y = 0{,}5x+1$ функцияларынын маанилери бир эле убакта: 1) терс эмес; 2) оң эмес; 3) 4төн кичине; 4) 4төн чоң эмес?

Жообун берилген функциялардын графиктерин бир координата тегиздигинде түзүп көрсөткүлө.

319. Үч бурчтуктун бир жагы 5 м, экинчиси 8 м. Эгерде үч бурчтуктун периметринин узундугу: 1) 22 м ден кичине; 2) 17 м ден чоң болсо, анда анын үчүнчү жагы кандай боло алат?

320*. 60% кислота камтыган көлөмү 8 л болгон эритмеге 20% кислота камтыган эритме куя башташты. 40% чоң эмес, бирок 30% дан кичине эмес кислотаны камтыган аралашма болуш үчүн, экинчи эритмеден биринчиге канча куюу керек?

321*. Крахмал алыш үчүн күрүч жана арпа керек, бирок арпаны күрүчкө караганда 4 эсе көп кошушат. Эгерде күрүчтүн – 75% ы, арпанын – 60% ы крахмал болсо, анда 63 кг дан көп, бирок 106 кг дан ашык эмес крахмал алыш үчүн канча кг күрүч жана арпа керек?

КАЙТАЛОО ҮЧҮН МАСЕЛЕЛЕР

322. $a-b=9$ экени белгилүү. Төмөнкү бөлчөктөрдүн маанилерин тапкыла:

1) $\frac{36}{(a-b)^2}$; 2) $\frac{18}{(b-a)^2}$; 3) $\frac{(5a-5b)^2}{45}$; 4) $\frac{a^2+ab+b^2}{a^3-b^3}$.

323. $\frac{x}{y}=5$ экенин билип, төмөнкү туюнтмалардын маанилерин тапкыла:

1) $\frac{x+y}{y}$; 2) $\frac{x-y}{y}$; 3) $\frac{y}{x}$; 4) $\frac{x+2y}{x}$.

324. Бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $x+y+\frac{x-y}{4}$; 3) $a-\frac{ab+ac+bc}{a+b+c}$;

2) $m+n-\frac{1+mn}{n}$; 4) $a^2-b^2-\frac{a^3-b^3}{a+b}$.

§ 17. Сандын модулу. Модулду камтыган теңдемелер жана барабарсыздыктар

1. Сандын модулу

Сандын модулу түшүнүгүн эске салалы.

1) Оң сандын модулу сандын өзүнө барабар.

Мисалы, $|3|=3$, $|\frac{2}{7}|=\frac{2}{7}$, $|2,4|=2,4$.

2) Терс сандын модулу ага карама-каршы санга барабар.

Мисалы, $|-2|=-(-2)=2$, $|-\frac{5}{6}|=-(-\frac{5}{6})=\frac{5}{6}$, $|-1,5|=-(-1,5)=1,5$

3) Нөлдүн модулу нөлгө барабар: $|0|=0$.

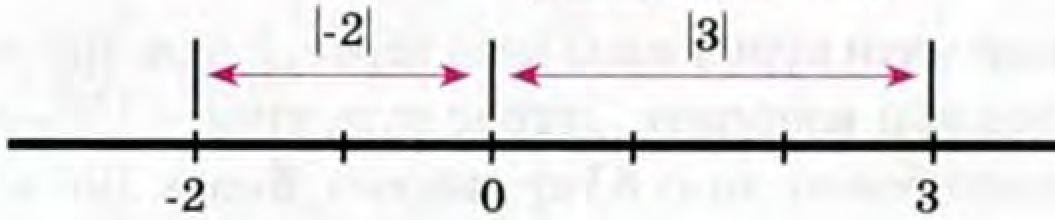
Ошентип, сандын модулунун аныктамасы төмөндөгүчө:

$|a|=a$, **эгерде** $a\geq 0$,

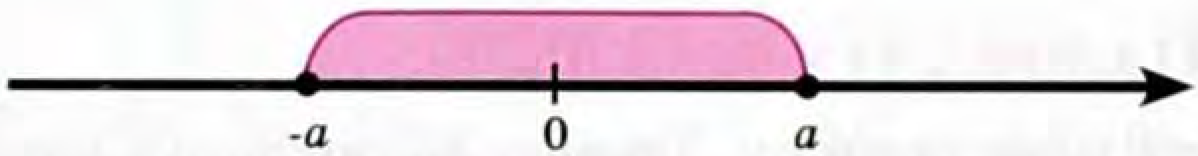
$|a|=-a$, **эгерде** $a<0$.

Бул аныктаманы кыскача формула түрүндө жазышат:

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ эгерде } a \geq 0; \\ -a, \text{ эгерде } a < 0. \end{cases}$$



21-сүрөт.



$|x| \leq a$

22-сүрөт.

Сандын модулунун геометриялык маанисин карайлы.

Сан огунда, 3 жана – 2 чекиттерин сүрөттөйлү (21-сүрөт).

Сүрөттөн $|3|=3$ бул 0 чекитинен 3 чекитине чейинки аралык, $|-2|=2$ бул 0 чекитинен – 2 чекитине чейинки аралык экени көрүнүп турат.

Демек, геометриялык түрдө $|a|$ бул 0 чекитинен a санын сүрөттөгөн чекитке чейинки аралык.

2. Белгисизи модуль белгисинин астында турган теңдемелер

1-маселе. Теңдемени чыгаргыла:

$|x|=7$.

Чыгаруу. 1) $x \geq 0$ болсун. Анда аныктама боюнча $|x|=x$. Анда теңдеме $x=7$ түрүн алат, б. а. $x=7$ – берилген теңдеменин тамыры.

2) $x<0$ болсун. Анда модулдун аныктамасы боюнча $|x|=-x$ жана теңдеме $-x=7$ түрүн алат, мында $x=-7$ — берилген теңдеменин чыгарылышы.

Жообу. $x_1=7$, $x_2=-7$.

2-маселе. Теңдемени чыгаргыла:

$|3x+2|=1$

Чыгаруу. 1) $3x+2\geq 0$ болсун. Анда $3x+2=1$, $3x=-1$, $x=-\frac{1}{3}$.

2) $3x+2<0$ болсун. Анда $3x+2=-1$, $3x=-3$, $x=-1$.

Жообу: $x_1=-\frac{1}{3}$, $x_2=-1$.

3. Белгисизи модуль белгисинин астында турган барабарсыздыктар

$|x| \le$ a, мында $a>0$, барабарсыздыгын карайлы.

Бул барабарсыздыкты 0 чекитинен а дан чоң эмес аралыкта жайланышкан х чекиттеринин бардыгы б. а. $[-a, a]$ кесиндисинин чекиттери канааттандырат (22-сүрөт).

$[-a; a]$ кесиндиси – бул $-a \le x \le a$ барабарсыздыгын канааттандырган x сандарынын көптүгү.

Демек, $|x| \le a$, мында $a > 0$ барабарсыздыгы $-a \le x \le a$ кош барабарсыздыгынын өзүн эле түшүндүрөт.

3-маселе. Барабарсыздыкты чыгаргыла:

$$|5-3x|<8.$$

Чыгаруу. Берилген барабарсыздыкты

$$-8<5-3x<8$$

түрүндө жазалы. Бул кош барабарсыздык

$$\begin{cases} 5-3x>-8, \\ 5-3x<8. \end{cases}$$

системасынын өзүн эле түшүндүрөт. Бул системаны чыгарып, $-1<x<4\frac{1}{3}$ экенин алабыз (23-сүрөт).

$|x| \ge a$, мында $a > 0$, барабарсыздыгын карайлы.

Бул барабарсыздыкты 0 чекитинен a дан кичине эмес аралыкта жайгашкан x чекиттеринин бардыгы б. а. $x \ge a$ жана $x \le -a$ шоолаларынын чекиттери канааттандырат (24-сүрөт).

4-маселе. Барабарсыздыкты чыгаргыла:

$$|x-1| \ge 2$$

Чыгаруу. 1) $x-1 \ge 0$ болсун. Анда $x-1 \ge 2$. Барабарсыздыктар системасын алабыз

$$\begin{cases} x-1\ge 0, \\ x-1\ge 2. \end{cases}$$

Бул системаны чыгарып, $x \ge 3$ экенин табабыз.

2) $x-1< 0$ болсун. Анда $-(x-1) \ge 2$, же $x-1 \le -2$. Барабарсыздыктар системасын алабыз:

$$\begin{cases} x-1<0, \\ x-1\le -2. \end{cases}$$

Бул системаны чыгарып $x \le -1$ экенин табабыз.

Ошентип, $|x-1| \ge -2$ барабарсыздыгынын чыгарылышы болуп биринчиден $x \ge 3$ сандары, экинчиден $x \le -1$ сандары болушат.

Жообу: $x \le -1$, $x \ge 3$.

$|x-1|\geq 2$ барабарсыздыгынын чыгарылышы 25-сүрөттө көрсөтүлгөн.

Эгерде

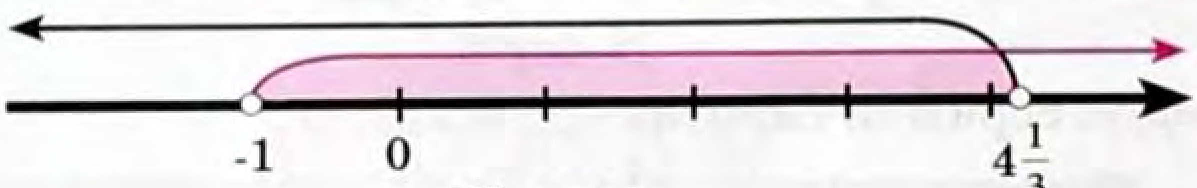
$$|x| \leq a$$

барабарсыздыгында a нөлгө барабар болсо, анда барабарсыздык жалгыз $x = 0$ чыгарылышына ээ, ал эми $a < 0$ болсо, анда барабарсыздык чыгарылышка ээ эмес экенин белгилеп айта кетели.

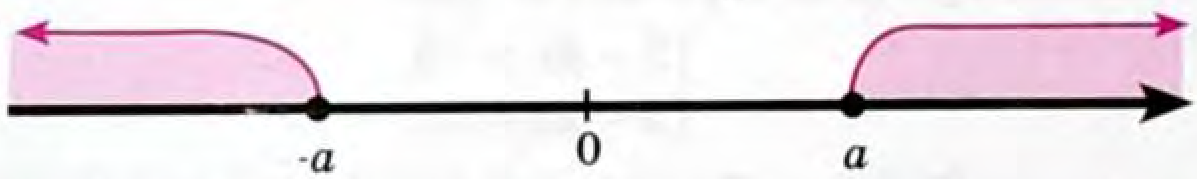
Эгерде,

$$|x| \geq a$$

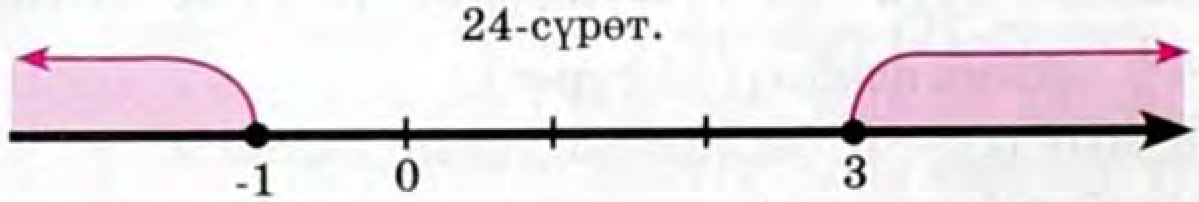
барабарсыздыгында a саны нөлдөн кичине же барабар болсо, анда каалагандай сан анын чыгарылышы болот.



23-сүрөт.



24-сүрөт.



25-сүрөт.

КӨНҮГҮҮЛӨР

325. *(Оозеки)* Сандардын модулу канчага барабар?

1) 23; 3) $\frac{2}{7}$; 5) –2,1;

2) 4,7; 4) –47; 6) $-\frac{3}{8}$.

Теңдемелерди чыгаргыла (326—329):

326. 1) $|x|=2{,}5$; 3) $|x-1|=2$;

2) $|x|=1{,}5$; 4) $|x+3|=3$.

327. 1) $|x+4|=0$; 3) $|2x-3|=0$;

2) $|x-2|=0$; 4) $|3-4x|=0$.

328. 1) $|3x-5|=5$; 3) $\left|\frac{2}{3}x+\frac{1}{6}\right|=\frac{1}{3}$;

2) $|4x+3|=2$; 4) $\left|\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{4}$.

329. 1) $|-x|=3{,}4$; 3) $|5-x|=5$; 5) $|4-5x|=5$;

2) $|-x|=2{,}1$; 4) $|3-x|=8$; 6) $|3-4x|=3$.

330. Барабарсыздыктардын чыгарылыштарын сан огунда сүрөттөгүлө:

1) $|x|<5$; 2) $|x|\le 4$; 3) $|x|\ge 3$; 4 $|x|>2$.

331. Модулу бар барабарсыздыктарды кош барабарсыздык түрүндө жазгыла:

1) $|x|\le 3$; 2) $|x|<2$.

332. Кош барабарсыздыкты модулу бар, бир барабарсыздык түрүндө жазгыла:

1) $-3,1<x<3,1$; 2) $-0,3\le x\le 0,3$.

Барабарсыздыктарды чыгаргыла (333–336):

333. 1) $|1+x|\le 0,3$; 3) $|3-x|\le \frac{2}{3}$;

2) $|2+x|<0,2$; 4) $|1-x|<\frac{3}{4}$.

334. 1) $|3x-4|<5$; 3) $|2-3x|\le 2$;

2) $|2x+3|<3$; 4) $|5-4x|\le 1$.

335. 1) $|x+1|>1,3$; 3) $|1-x|\ge \frac{1}{2}$;

2) $|x-2|\ge 1,1$; 4) $|3-x|>\frac{2}{3}$.

336. 1) $|4x+3|\ge 3$; 3) $|3x-2|>4$;

2) $|3x+2|>1$; 4) $|4-5x|\ge 4$.

337. Төмөнкү барабарсыздык аткарыла турган x тин бардык бүтүн маанилерин тапкыла:

1) $|5x-2|<8$; 3) $|5-3x|\ge 1$;

2) $|5x+3|<7$; 4) $|3-4x|\le 3$.

338. Барабарсыздыктарды чыгаргыла:

1) $|2x-3|>5$; 3) $|1-3x|\le 1$; 5) $|0,3-1,3x|<2,3$;

2) $|3x-1|\le 4$; 4) $|3-2x|\ge 3$; 6) $|1,2-0,8x|\ge 2,8$

339. Эки барабарсыздыктын системасы түрүндө жазып, төмөнкү кош барабарсыздыктарды чыгаргыла:

1) $-3<2x-9\le 1$; 3) $-4\le 1-0,2x\le 1,2$;

2) $3\le 3x+1<5$; 4) $-3\le 2+1,5x\le -2,5$.

340. x тин кандай маанилеринде төмөнкү барабардыктар орун алат:

1) $|x+3|=x+3$; 2) $|x-2|=2-x$?

341. $a<0$ болсун. Төмөнкү туюнтмалар оң же терс экенин аныктагыла:

1) $a-|a|$; 2) $|-a|-a$; 3) $a^2|a|$; 4) $\frac{|a|}{a^2}$.

342. Эгерде төмөнкү барабарсыздыктар орун алса a санынын оң же терс экенин аныктагыла:

1) $a^3|a|<0$; 2) $a|a|^2>0$; 3) $\frac{a^3}{|a|}>0$; 4) $\frac{|a|}{a}<0$.

343*. Далилдегиле:

1) каалагандай a, b үчүн $|a\cdot b|=|a|\cdot|b|$;

2) каалагандай a жана каалагандай натуралдык n үчүн $|a^n|=|a|^n$;

3) каалагандай a жана каалагандай $b\neq0$ үчүн $\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|}{|b|}$;

4) каалагандай a жана жуп натуралдык сан n үчүн $|a^n|=a^n$;

5) эгерде $a\leq0$ жана n так натуралдык сан болсо, $|a^n|=-a^n$.

344*. $|a-b|$ – бул геометриялык түрдө сан огундагы a жана b чекиттеринин ортосундагы аралык экенин далилдегиле.

345*. Каалагандай a жана b сандары үчүн

$$||a|-|b||\leq|a+b|\leq|a|+|b|$$

экенин далилдегиле.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

346. $\frac{x+y}{y}=3$ экенин билип, төмөнкү туюнтмалардын маанилерин тапкыла:

1) $\frac{x}{y}$; 2) $\frac{y}{x+y}$; 3) $\frac{x-y}{y}$; 4) $\frac{y}{x}$.

347. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{5}{y-3}+\frac{1}{y+3}-\frac{4y-18}{y^2-9}$;

2) $\frac{2a}{2a+3}+\frac{5}{3-2a}-\frac{4a^2+9}{4a^2-9}$;

3) $\frac{2b^2+10b}{3by+15y}+\frac{b^2-3b}{by-3y}-\frac{2b}{3y}$;

4) $\frac{14ax-21x}{10a-15}-\frac{6ax+9x}{8a+12}+\frac{x}{10}$;

5) $\frac{4m}{4m^2-1}-\frac{2m+1}{6m-3}+\frac{2m-1}{4m+2}$;

6) $\frac{1}{(x+y)^2}-\frac{2}{x^2-y^2}+\frac{1}{(x-y)^2}$;

7) $\frac{4a^2+3a+2}{a^3-1}-\frac{1-2a}{a^2+a+1}$;

8) $\frac{x-y}{x^2=xy+y^2}-\frac{3xy}{x^3-y^3}+\frac{1}{x-y}$.

348. $y=\frac{k}{x}$ функциясынын графиги A(10; 2,4) чекити аркылуу өтөөрү белгилүү. Бул функциянын графиги төмөнкү чекиттер аркылуу өтөбү:

1) B(1; 24); 2) C($-\frac{1}{5}$; -120); 3) D(-2; 12).

II ГЛАВАНЫ КАЙТАЛОО ҮЧҮН СУРООЛОР

1. *Сан барабарсыздыктардын негизги касиеттерин көрсөткөн теоремаларды келтиргиле жана далилдегиле.*
2. *Барабарсыздыктарды кошуу жөнүндө теореманы келтиргиле жана далилдегиле.*
3. *Барабарсыздыктарды көбөйтүү жөнүндө теореманы келтиргиле жана далилдегиле.*
4. *Координаталык түз сызыкта ар түрдүү сан аралыктарын сүрөттөгүлө жана алардын белгиленишин жазгыла.*
5. *Барабарсыздыктардын чыгарылышы деп эмнени айтабыз? а) 5 саны; б) 2 саны 3x-11>1 барабарсыздыгынын чыгарылышы боло алабы? Барабарсыздыктарды чыгаруу деген эмне?*
6. *Барабарсыздыктар системасынын чыгарылышы деп эмнени айтабыз? а) 3 саны; б) 5 саны* $\begin{cases} 2x+1>3, \\ 3x<10. \end{cases}$ *барабарсыздык системасынын чыгарылышы боло алабы?*

II ГЛАВАГА КӨНҮГҮҮЛӨР

49. Сан огунда a чекити b чекитинин сол жагында жайланышкан. Төмөнкү сан оң же терс экенин аныктагыла:

1) $b–a$; 3) $a–b$;
2) $2+b–a$; 4) $a–3–b$.

50. Далилдегиле:

1) $9x^2+1 \geq 6x$, x каалагандай сан;
2) $x+\frac{1}{16x} \geq \frac{1}{2}$, эгер $x>0$;
3) $\frac{x}{2}+5 \leq -\frac{25}{2x}$, эгер $x<0$;
4) $\frac{(2x-1)(2x+1)}{x-3} > \frac{1}{3-x}$, эгер $x>3$;

51. Далилдегиле:

1) эгерде $3b–a<a–b$ болсо, анда $a>2b$;
2) эгерде $2b+a>2a–b$ болсо, анда $a<3b$;
3) эгерде $\frac{2b}{3}-\frac{a}{6}>\frac{a}{3}+\frac{b}{6}$ болсо, анда $a<b$;
4) эгерде $1{,}24b–0{,}37a<2{,}63a–1{,}76b$ болсо, анда $a>b$.

52. Далилдегиле:

1) эгерде $x<1{,}2$ жана $y<5$ болсо, анда $x+y<6{,}2$;
2) эгерде $x>\frac{1}{4}$ жана $y>2$ болсо, анда $xy>\frac{1}{2}$;

353. $x > -3$ жана $y > 1$ болсун. Далилдегиле:

1) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{7}y > -\frac{5}{7}$;   3) $2{,}7x + 1{,}1y > -7$;

2) $\frac{2}{7}x + \frac{1}{3}y > -1$;   4) $1{,}1x + 2{,}7y > -0{,}7$.

354. $a > b > 0$ болсун. Далилдегиле:

1) $a^3 > b^3$;   3) $a^4 > a^2b^2$;

2) $a^3 > ab^2$;   4) $a^2b^2 > b^4$.

355. Барабарсыздыктарды чыгаргыла:

1) $x + 9 > 8 - 4x$;   3) $5(0{,}2 + y) - 1{,}8 \geq 4{,}3 + 5y$;

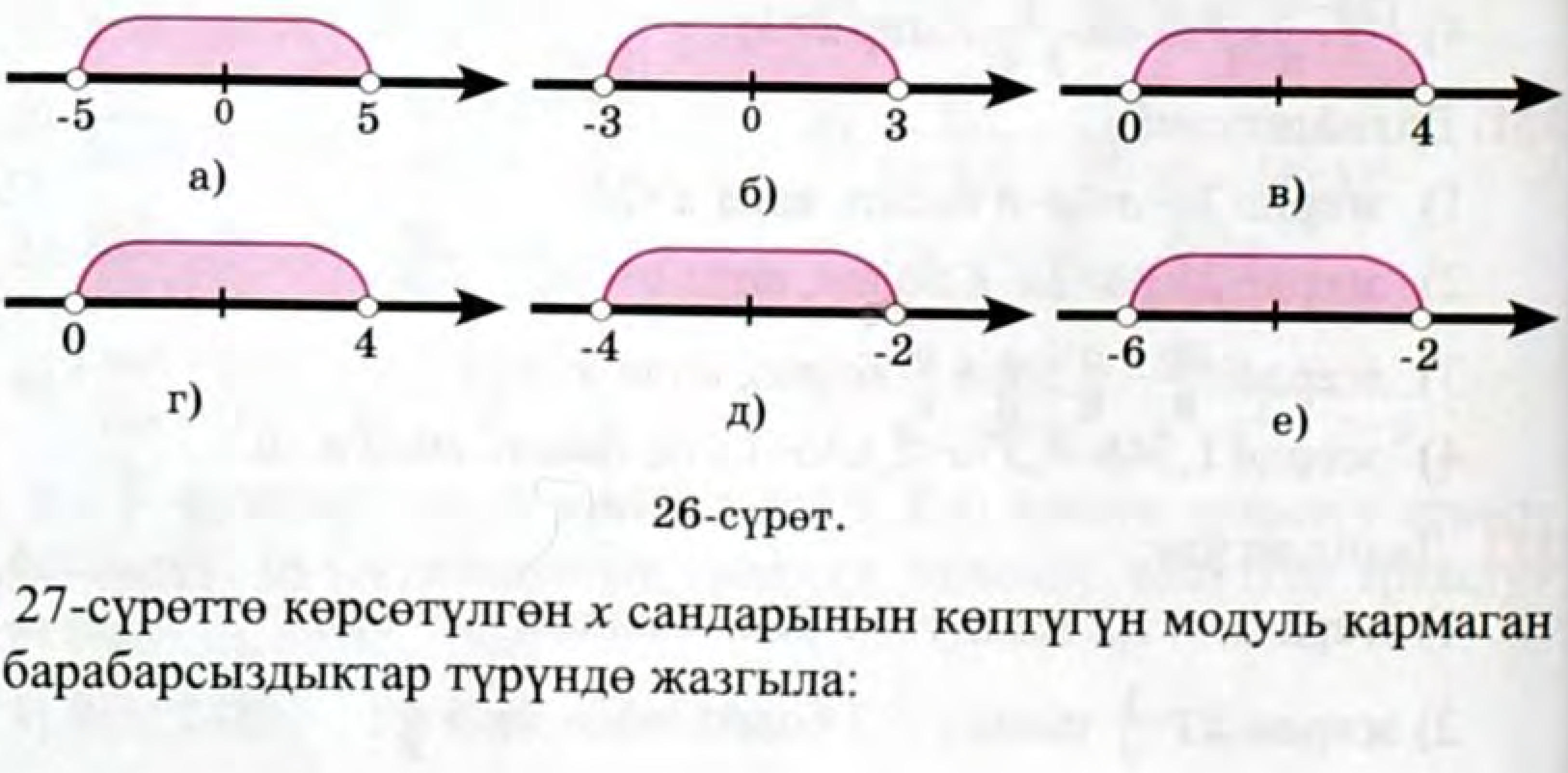
2) $3(y + 4) \geq 4 - (1 - 3y)$;   4) $3(x - 5) + 9 > 15$.

356. Барабарсыздыктар системасын чыгаргыла:

1) $\begin{cases} 0{,}5(x+3) - 0{,}8 < 0{,}4(x+2) - 0{,}3, \\ 0{,}7(2-x) + 1{,}3 < 0{,}6(1-x) + 2{,}2; \end{cases}$

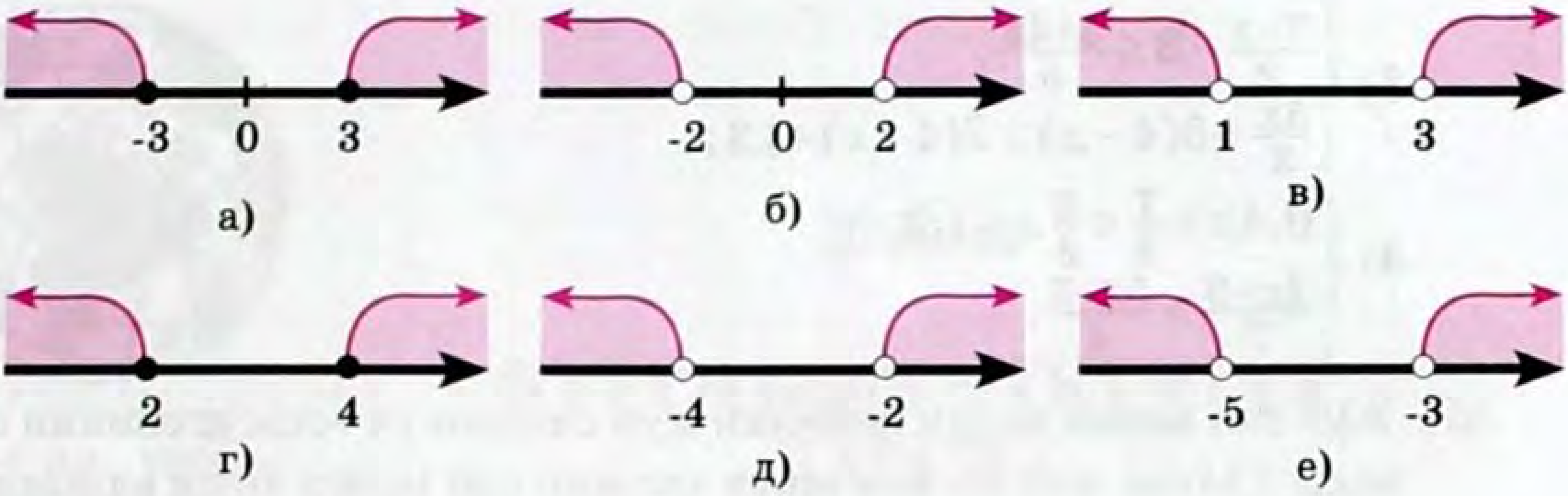
2) $\begin{cases} 1{,}5(x-2) - 2{,}1 < 1{,}3(x-1) + 2{,}5, \\ 1{,}3(x+3) + 1{,}7 > 1{,}6(x+2) + 1{,}8. \end{cases}$

357. 26-сүрөттө көрсөтүлгөн x сандарынын көптүгүн кош барабарсыздык жана модуль кармаган барабарсыздыктар түрүндө жазгыла:



26-сүрөт.

358. 27-сүрөттө көрсөтүлгөн x сандарынын көптүгүн модуль кармаган барабарсыздыктар түрүндө жазгыла:



27-сүрөт.

359. Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $|x-1|=3{,}4;$ 3) $|1-2x|=5;$

2) $|1-x|=2{,}4;$ 4) $|3x-2|=1.$

360. Барабарсыздыктарды чыгаргыла:

1) $|x-1|\leq 3{,}4;$ 4) $|2x+1|\geq 3;$

2) $|x-1|\geq 3{,}4;$ 5) $|5x+1|<3;$

3) $|x-1|<3{,}4;$ 6) $|4x-0{,}8|\geq 2.$

361. $a<2b$ болсун. Далилдегиле:

1) $4a-2b<a+4b;$ 3) $a+2b>3a-2b;$

2) $3a-2b<a+2b;$ 4) $a+b>4a-5b.$

362. Үч бурчтуктун бир жагы 4 см ден чоң, экинчи жагы биринчисинен 1,5 эсе чоң, үчүнчү жагы экинчисинен 1,5 эсе чоң. Үч бурчтуктун периметри 19 см ден чоң экенин далилдегиле.

363. x тин кандай маанилеринде $y=-x+1$ жана $y=x+2$ функцияларынын маанилери бир эле убакта: 1) оң; 2) терс; 3) 1ден чоң; 4) 2ден чоң болот?

Жообун берилген функциялардын бир эле координата тегиздигинде түзүлгөн графиктери менен көрсөткүлө.

364. Барабарсыздыктар системасын чыгаргыла:

1) $\begin{cases} 0{,}4(x+3)-1{,}7\geq 0{,}3(x-5)+0{,}7x, \\ 0{,}4(x-1)+0{,}5x\geq 0{,}3(x+5)-0{,}9; \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{x+4}{7}\leq \dfrac{2x-3}{5}, \\ \dfrac{6x-8}{3}\leq \dfrac{3+5x}{4}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{7-x}{2}-3\le\frac{3+4x}{5}, \\ \frac{5x}{3}+5(4-x)>2(4-x)+13; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 0{,}4x+\frac{7}{3}<\frac{2}{3}x-1{,}2, \\ \frac{2x+9}{7}>\frac{5x-3}{4}. \end{cases}$

365. Жуп сан менен андан кийинки жуп сандын үч эселенгенинин суммасы 134төн чоң, ал эми ушул эле жуп сан менен анын алдындагы жуп сандын эки эселенгенинин суммасы 104төн кичине. Бул санды тапкыла.

366. Так сан менен андан кийинки так сандын эки эселенгенинин суммасы 151ден кичине, ал эми ушул эле так сан менен анын алдындагы так сандын үч эселенгенинин суммасы 174төн чоң. Бул санды тапкыла.

367*. Эгерде $|x-a|=|x-b|$ жана $a<b$ болсо, анда x бул $[a;b]$ кесиндинин ортосу б.а. $x=\frac{a+b}{2}$ экенин далилдегиле.

368*. Теңдемени чыгаргыла:

1) $|x-1|=|x-2|$; 3) $|x+1|=|x-2|$; 5) $|x+3|=|x+7|$;
2) $|x-5|=|x-8|$; 4) $|x+3|=|x-5|$; 6) $|x+6|=|x+10|$.

ТУУРА ЖООБУН ТАПКЫЛА (ТЕСТ):

1. Барабарсыздыктарды чыгаргыла:

1) $12-5x>0$; а) $x\ge2{,}4$; б) $x<2{,}4$; в) $x\le-2{,}4$.
2) $3x-7\ge4(x+2)$; а) $x\ge-15$; б) $x<15$; в) $x\le-15$.

2. Барабарсыздыктар системасын чыгаргыла:

$\begin{cases} 3x-13>0, \\ 25-4x>0. \end{cases}$

а) $4<x\le6\frac{1}{4}$; б) $4\frac{1}{3}<x<6\frac{1}{4}$; в) $-4\frac{1}{3}<x<-6\frac{1}{4}$.

3. Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $|2x+3|=1$. а) -1; -2; б) 1; 2; б) -1; 2.
2) $|x-2|=1$. а) -1; 3; б) 1; 3; б) 1; -3.

m=5,98 · 10^{24} кг

III глава

БҮТҮН КӨРСӨТКҮЧТҮҮ ДАРАЖА

§ 18. Бүтүн көрсөткүчтүү даража

Биз, физика жана химия илимдеринен күндүн массасы 1,985·1033 г га, ал эми суутектин атомунун массасы 1,674·10^{-24}г га барабар деген маалыматтарды билебиз. $1{,}985\cdot\underbrace{10\cdot10\cdot\ldots\cdot10}_{33\text{ көбөйтүүчү}}$ б. а. 10^{33} саны 10ду өзүн өзүнө 33 жолу көбөйтүүнү туюндурат. Ал эми 10^{-24} деген санды кантип түшүнөбүз. 10 санынын көрсөткүчтөрү 0,1,2,3,… сандар болсо, анда $10^0,10^1,10^2,\ldots$ деп жазганды 7-класста караганбыз. Мында ар бир алдыңкы сан андан кийин келүүчү сандан 10 эсе кичине. 10^0 саны 10^1 санынан 10 эсе кичине. Ошондой эле 10^1 санын 10^2 санынан 10 эсе кичине ж. б. Ушинтип ой жүгүртүүдөн 10^0 саны кайсы сандан 10 эсе чоң болмок? Демек 10^0 санынын алдында $\frac{1}{10^1}=\frac{1}{10}$ саны, $\frac{1}{10}$ дун алдында $\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100}$ саны, $\frac{1}{10^2}$ нын алдында $\frac{1}{10^3}$ саны ж. б. жазылат эле.

Ошентип,

$$\ldots,\frac{1}{10^3},\ \frac{1}{10^2},\ \frac{1}{10^1},\ 10^0,\ 10^1,\ 10^2,10^3,\ldots \qquad (1)$$

катарды алабыз. Ушул катардагы 10^0 санына карата ой жүгүртөлү. 10^0 санынын оң жагындагы ар бир сандын даража көрсөткүчү андан кийинки сандын даража көрсөткүчүнөн бирге кичине: 10^1 менен 10^2, 10^2 менен 10^3 ж. б.

Ушул законду (1) деги 10^0 санынын сол жагындагы турган сандарга колдонолу. Аларды, $\frac{1}{a^n}=a^{-n}$ дин негизинде $\frac{1}{10^1}=10^{-1}$, $\frac{1}{10^2}=10^{\square 2}$ ж. б. деп жазуу макулдашылган. Анда (1) ден …10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10^0, 10^1, 10^2, 103,… катарды алабыз. Ошондой макулдашуу нөлдөн айырмалуу болгон ар кандай сандын даражасы үчүн кабыл алынат.

Аныктама. **Эгерде $a\neq0$ жана n саны бүтүн терс сан болсо, анда $a^n=\frac{1}{a^{-n}}$, (же $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$).**

Даражанын ушул аныктамасын колдонуп,

1) $5^{-2}=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25}$;   2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}=\frac{1}{(-\frac{1}{2})^3}=\frac{1}{-\frac{1}{8}}=-8$ деп табабыз.

0^n туюнтмасы n=0 жана n – бүтүн терс сан болгондо мааниге ээ болбойт.

Аныктамадан $a\neq0$ ар кандай сандын даража көрсөткүчтөрү карама-каршы болсо, ал сандар өз ара тескери болору көрүнүп турат. Мисалы, $a>0$, a^3 жана a^{-3}, мында 3 жана –3 сандары карама-каршы сандар, анда a^3 жана $a^{-3}=\frac{1}{a^3}$ сандары өз ара тескери сандар, анткени $a^3\cdot a^{-3}=a^3\cdot\frac{1}{a^3}$ же $a^3\cdot\frac{1}{a^3}$ болот.

Жогорку мисалдагы, суутектин атомунун массасын туюндурган сан кандай сан болоорун карасак, анда

$$1{,}674\cdot10^{-24}г=1{,}674\cdot\frac{1}{10^{24}}г=1{,}674:10^{24}г=0,\underbrace{000\ldots0}_{23\,ноль}1674г$$

болгон эң кичине сан, б. а. үтүрдөн кийин 27 цифра бар.

Демек, даража көрсөткүчү терс бүтүн сан болгон туюнтма, алымы 1 саны, ал эми бөлүмү – даражасы оң болгон ошол эле туюнтма болгон бөлчөккө барабар.

Каалагандай алгебралык бөлчөктү бүтүн түргө келтирип алууда терс даража көрсөткүч түшүнүгүн колдонуу ыңгайлуу болот.

Мисалы, $\frac{3a^2}{4ab^2d^3}=\frac{3}{4}a^{2-1}b^{-2}d^{-3}=\frac{3}{4}ab^{-2}d^{-3}$.

КӨНҮГҮҮЛӨР

369. Бүтүн терс көрсөткүчтүү даражадан бүтүн оң көрсөткүчтүү даражага өткүлө:

1) 10^{-4}; 9^{-3}; a^{-5}; x^{-8};   2) 4^{-1}; $(0{,}3)^{-2}$; $(2a^{-1})^{-3}$; $(x+1)^{-2}$.

370. Бүтүн терс көрсөткүчтүү даража аркылуу туюнткула:

1) $\frac{1}{10^3}$; $\frac{1}{6^7}$; $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{x^{10}}$; $\frac{1}{y^3}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{a^2}$;

2) $\frac{2}{10^4}$; $\frac{3}{10^3}$; $\frac{4}{5^3}$; $\frac{9}{8^2}$; $\frac{a}{x^4}$; $\frac{1}{a^{12}}$; $\frac{x}{x^{12}}$; $\frac{1}{3a^2}$.

371. Төмөнкү туюнтмаларды бүтүн көрсөткүчтүү даража түрүндө жазгыла:

1) $\frac{2}{10^4}$; $\frac{2}{10^3}$; $\frac{4}{5^3}$; $\frac{9}{8^2}$; $\frac{a}{x^4}$; $\frac{1}{a^{12}}$; $\frac{x}{x^{16}}$; $\frac{1}{3a^2}$;

2) $\frac{3^3}{3^6}$; $\frac{5^7}{5^3}$; $\frac{14^4}{2^5\cdot7^4}$; $\frac{2^3+2^{-3}}{4^3+1}$; $\frac{(3^4+3^3)^2}{9^3}$; $(-2)^2+3^3-(-3)^0$.

372. Сандардын ар бирин негизи 4 болгон даража түрүндө жазгыла:

1; 4; 16; 64; 256; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{64}$; $\frac{1}{256}$.

373. 1) $\frac{1}{82}$; $\frac{1}{27}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{3}$; 1; 3; 9 ;27; 81 сандардын ар бирин, негизи 3 болгон даража түрүндө жазгыла.

2) 100; 10; 1; 0,1; 0,001 сандардын ар бирин негизи 10 болгон даража түрүндө жазгыла.

374. Оң даражага өзгөрткүлө:

1) 3^{-2};	5) $-(-2)^{-3}$;	9) $(-\frac{1}{2})^{-4}$;
2) $(-3)^{-1}$;	6) $(-1)^{-3}$;	10) $(0{,}4)^{-3}$;
3) -10^{-4};	7) $(-1)^{-12}$;	11) 010;
4) $(\frac{1}{7})^{-3}$;	8) $(0{,}3)^{-4}$;	12) 5^{-3}.

375. Эгерде:

1) $x=-5, p=-1$,	3) $x=3, p=-3$,	5) $x=\frac{1}{2}, p=-2$
2) $x=-1, p=-1$,	4) $x=-4, p=-3$,	6) $x=0{,}5, p=-2$

болсо, берилгендерди x^p түрүндө жазып, маанисин тапкыла.

376. Туюнтмаларды эсептегиле:

1) $8\cdot4^{-3}$;	4) $10(\frac{1}{5})^{-1}$	7) $3^{-2}+(\frac{1}{3})^{-1}$;
2) $3^{-1}\cdot3$	5) $3^{-2}+4^{-1}$	8) $2^2\cdot2^3\cdot(\frac{2}{3})^{-2}$;
3) $12\cdot(-4)^{-1}$	6) $2^{-3}-(-2)^{-3}$;	9) $(-32)\cdot\frac{1}{243}$.

377. Ар кандай бүтүн n үчүн $a>0$, $b>0$ болгондо, $(\frac{a}{b})^{-n}=(\frac{b}{a})^{n}$ экенин далилдегиле.

378. Эсептегиле:

1) $(\frac{1}{3})^{-2}$;	4) $2(\frac{1}{3})^{-4}$;	7) $(0{,}25)^{-2}$;
2) $(\frac{4}{3})^{-1}$;	5) $(0{,}001)^{-3}$;	8) $(-\frac{1}{5})^{-5}$;
3) $0{,}1^{-2}$;	6) $(-1\frac{3}{4})^{-2}$;	9) $(\frac{1}{3}+\frac{3}{2})^{2}$.

379. Туюнтмаларды терс көрсөткүчтүү болбогон бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $2a^{-1}$;	4) $10x\cdot(2a)^{-1}$;	7) $-9yz^{-2}$;
2) $3ab^{-2}$;	5) $5^{-1}xy$;	8) $2(x+y)^{-3}$;
3) $x\cdot y^{-1}$;	6) $x^{-1}y^{-2}$;	9) $3x^{-1}\cdot a(x+y)^{-2}$.

380. Туюнтмаларды бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $a^2 \cdot a^{-4}$; 4) $3^2 \cdot 9^{-1}$ 7) $x \cdot 2y^{-1}$;

2) $5^{-1} \cdot 3^2$; 5) $2^{-4} \cdot (2^{-2})^{-3}$; 8) $(2x)^{-1} \cdot y$;

3) $3^2 \cdot 2^3 \cdot (\frac{3}{2})^{-3}$; 6) $a^2 \cdot b^{-3}$ 9) $ab \cdot (ab)^{-2}$

381. Туюнтмаларды көбөйтүндү түрүндө жазгыла:

1) $(\frac{1}{a})^3$; 4) $\frac{a^2 \cdot a^{-2}}{a^{10}}$; 7) $\frac{a^3}{7c^3}$;

2) $a \cdot \frac{1}{2a^2} \cdot a^5$; 5) $\frac{7^5 \cdot 5^4}{5^3 \cdot 49^3}$; 8) $\frac{x}{y}$;

3) $a^3 : a^2$; 6) $\frac{1}{x^2 y^2}$; 9) $\frac{2ab}{(a+b)^{-2}}$.

382. Эсептегиле:

1) $25 \cdot (\frac{5}{2})^{-2} \cdot (-2^{-3})^{-1}$; 3) $\left((5)^{-5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 10^{-5}$;

2) $\frac{\left((-2)^2\right) \cdot (-4)^{-2}}{(-2)^3 (-2)^2}$; 4) $(2)^{-1} \cdot (22)^{-2}$.

383. 1) Бүтүн сандарды көрсөткүлө:

1) -3; 0; 4^2; 2) 1; 1,6; 0,5; 3) 2; $(5)^{-2}$; 6.

2) Туюнтманын маанисин эсептеп, туура жообун көрсөткүлө: $(2^{-1}+1^{10})^{-2}$

1) $\frac{1}{2^{-1}+1}$; 2) $(\frac{1}{2}+1)^2$; 3) $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{9}{4}$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

384. Биринчи сан 8,1. Экинчи сан биринчинин $\frac{3}{7}$ ин, ал эми үчүнчү сан экинчинин $\frac{2}{3}$ син түзөт. Ушул сандарды тапкыла.

385. Жөнөкөйлөткүлө:

1) $(x-1)(x+1)+3x^2+1$; 3) $x^2(x+1)-x^2(x-1)$;

2) $(x^2+4) \cdot 2x+3(x^2+4)$; 4) $(x+1)-(x+1)$.

§ 19. Бүтүн көрсөткүчтүү даражанын касиеттери

Көрсөткүчү натуралдык сан болгон даражанын касиеттери көрсөткүчү ар кандай бүтүн сан болгон даража үчүн да туура болот. Анда, ***a*>0 каалагандай сан, ал эми *m* жана *n* сандары каалагандай бүтүн сандар үчүн:**

1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;

2) $a^m:a^n=a^{m-n}$;

3) $(a^m)^n=a^{mn}$;

ар кандай $a\neq 0$, $b\neq 0$ жана каалагандай бүтүн сан n үчүн:

4) $(ab)^n=a^nb^n$;

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$.

Ушул касиеттердин 1-син далилдейли. $a^{-k}\cdot a^{-p}$ берилсин, мында ; p натуралдык сандар. Анда $a^{-k}\cdot a^{p}=a^{-k-p}$ экенин. Аныктама боюнча $a^{-k}=\frac{1}{a^k}$; $a^{-p}=\dfrac{1}{a^p}$ анда $a^{-k}\cdot a^{-p}=\dfrac{1}{a^k}\cdot\dfrac{1}{a^p}=\dfrac{1}{a^k\cdot a^p}$ ни алабыз. Көрсөткүчү натуралдык сан болгон даражанын касиетин пайдалансак $a^k\cdot a^p=a^{k+p}$, демек, $\dfrac{1}{a^k\cdot a^p}=\dfrac{1}{a^{k+p}}$ бул болсо жогорудагы аныктама боюнча $a^{-(k+e)}$ ни берет. Ушул айтылгандарды жыйынтыктасак, анда $a^{-k}\cdot a^{-p}=\dfrac{1}{a^{k+p}}=a^{-(k+p)}=a^{-k-p}$.

Мисалдарды карайлы.

1-мисал. а) $x^2\cdot x^3=x^5$ болоору белгилүү. Мындай мисалдарды көрсөткүчү натуралдык сан болгон учурда караганбыз.

б) $y^{-3}\cdot y^5$ көбөйтүндүнү өзгөрткүлө.

Жогорудагы 1-касиетти пайдаланабыз. Негиздери бирдей болгондо, бир эле негиз жазылып, даража көрсөткүчтөрү кошулат:

$$y^{-3}\cdot y^5=y^{(-3)+5}=y^2.$$

в) $a^{-2}\cdot a^{-14}$ ди өзгөрткүлө. Анда

$$a^{-2}\cdot a^{-14}=\frac{1}{a^2}\cdot\frac{1}{a^{14}}=\frac{1}{a^2\cdot a^{14}}=\frac{1}{a^{16}}=a^{-16}$$

2-мисал. $b^3:b^7$ бөлүүнү аткаргыла.

2-касиет боюнча негиздери b, бирдей болгондуктан бир эле негиз жазып, бөлүнүүчүнүн даража көрсөткүчүнөн бөлүүчүнүн даража көрсөткүчүн кемитип жазабыз. Анда $b^3:b^7=b^{3-7}=b^{-4}$.

Ушул мисалдан көрүнүп тургандай, $b^m:b^n$ тийиндидеги m менен n үчүн $m>n$, $m<n$, $m=n$ деген сыяктуу чектөөлөр коюлган жок. Ал эми негиздери бирдей, көрсөткүчү натуралдык сан болгон учурда $m>n$ болсун деген чектөө коюлгандыгы белгилүү.

Демек, негиздери бирдей көрсөткүчтөрү бүтүн сан болсо, аларга эч кандай чектөө коюлбайт б. а. көрсөткүчтөрү оң, терс бүтүн сан болушу мүмкүн.

3-мисал. $(4x^{-3}\cdot y^4)^{-2}$ туюнтманы өзгөрткүлө. Ал үчүн 3-касиетти колдонолу. Касиет боюнча $(4x^{-3}\cdot y^4)$ туюнтманы (-2) даражага көтөрүү үчүн негиздерин: $4x$ жана y ти өзгөртпөй коюп, алардын көрсөткүчтөрүн (-2) ге көбөйтөбүз.

Анда $4^{-2}\cdot x^{(-3)\cdot(-2)}\cdot y^{4\cdot(-2)}=4^{-2}\cdot x^{6}\cdot y^{-8}=\frac{1}{16}x^{6}\cdot\frac{1}{y^{8}}=\frac{x^{6}}{16y^{8}}$ алабыз.

Бул мисалды чыгарууда 4-касиет дагы колдонулганын байкоого болот.

КӨНҮГҮҮЛӨР

386. Эсептегиле:

1) $\frac{3^2}{3^5}$; 5) $3^{-2}\cdot3^{2}$; 9) $5^{-3}:5^{-4}$;

2) $\frac{14^4}{2^3\cdot7^2}$; 6) $4^{5}\cdot4^{-2}$; 10) $4^{5}:(2^{2}\cdot2^{7})$;

3) $\frac{5^3\cdot3^2}{15^{\ 8}}$; 7) $\frac{1}{a^3}\cdot\frac{1}{a^2}$; 11) $3^{-3}:3^{12}$;

4) $\frac{a^3\cdot x^2}{ax}$; 8) $10^{2}\cdot10^{-5}$; 12) $a^{5}:a^{2}$.

387. Эсептегиле:

1) $(\frac{1}{3})^{-4}\cdot(\frac{1}{3})^{2}$; 5) $2^3+3(\frac{1}{2})^0-2^{-2}\cdot4+\left((-2)^2:\frac{1}{2}\right)\cdot2^3$;

2) $(0{,}1^{-3})^{-1}$; 6) $\frac{\left((-2)^2\right)^3\cdot(-4)^{-2}}{(-2)^3\cdot(-2)^2}$;

3) $(4^{-2})^{-3}$; 7) 4–6·44·(23·2–4)–1;

4) $(ax^{-3})^{-2}$; 8) $\frac{1}{1-\frac{1}{1-2^{-1}}}+\frac{1}{1+\frac{1}{1+2^{-1}}}$.

388. Туюнтмаларды негизи 3 болгон даража түрүндө көрсөткүлө жана эсептегиле:

1) $27\cdot3^{-3}$; 3) $9^{-2}\cdot3^{-1}$;

2) $(3^{-2})^{3}\cdot9^{3}$; 4) $81^{2}\cdot(9^{-2})^{-3}$.

389. Туюнтмаларды негизи 4 болгон даража түрүндө көрсөткүлө жана эсептегиле:

1) $\frac{1}{4}\cdot2^{10}$; 3) $16^{-1}\cdot4^{3}$;

2) $64\cdot(2^{4})^{2}$; 4) $4^{5}\cdot16^{-3}$

390. Туюнтмаларды a^n түрүндө жазгыла:

1) $a^2\cdot a^4$; 5) $\frac{1}{a^2}\cdot\frac{1}{a^3}$; 9) $(a^3)^2$;

2) $a\cdot a^2$; 6) $a\cdot\frac{1}{a^2}\cdot a^5$; 10) $(a^{-3})^2$;

3) $a^3\cdot a^2\cdot a$; 7) $a^3:a^5$; 11) $(a^{-1}\cdot a^2):a^3$;

4) $a^3:a^2$; 8) $(\frac{1}{a})^3$; 12) $a^{-2}:a^{-1}\cdot a^4$.

391. Сан туюнтмасын a^n түрүнө келтирип жазгыла:

1) $(-16)\cdot(1:2^5)\cdot2^3$;

2) $3^2\cdot2^5\cdot(\frac{3}{2})^{-2}$;

3) $3^2\cdot\frac{1}{243}\cdot81^2\cdot3^{-3}$;

4) $4^{-6}\cdot256^2\cdot2^4$;

5) $\left((\frac{1}{9}:\frac{8}{27}):\frac{16}{48}\right)\cdot\frac{81}{128}$;

6) $\frac{1}{4}:\frac{8}{2^{-1}}\cdot(\frac{1}{2})^{-2}$.

392. Бөлчөктөрдү бүтүн түргө келтиргиле:

1) $\frac{a^2\cdot a^{-2}}{a^{10}}$

2) $\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{a^{-2}x}$

3) $\frac{xy}{x^{-3}y^2}$

4) $(\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x})^2$

5) $\frac{y^5}{y^3\cdot y^{-2}}$

6) $\frac{y^{-2}}{3}$.

393. 1) a^6 ны негизи a^2 түрүндө жазгыла;

2) b^{12} ни негизи b^6 түрүндө жазгыла;

3) $a^6\cdot a^5:a^2$ тын негизи a^3 түрүндө жазгыла;

4) $(x^2)^5\cdot(x^5)^2$ тын негизи x^2 түрүндө жазгыла.

394. Эсептегиле:

1) $3^{-2}\cdot9^2$;

2) $9^{-2}\cdot27$;

3) $10^2:10^0$;

4) $10^3\cdot25^{-3}$;

5) $\frac{4^{-2}\cdot8^3}{4^{-1}}$

6) $\frac{5^{-2}\cdot5^5}{125}$

395. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $10ab^2\cdot2a^{-2}b$;

2) $\frac{2}{3}mn\cdot9m^{-2}n^{-1}$;

3) $3{,}2x^{-1}y^{-5}\cdot\frac{5}{8}xy$;

4) $\frac{1}{2}p^{-1}q^{-2}\frac{1}{4}p^2q^{-5}$;

5) $4a^2b^{-1}\cdot\frac{1}{2}a^{-2}b$;

6) $12xy^2\cdot3^{-1}x^{-3}y$;

7) $\frac{7}{4}ax\cdot2^2\cdot7^{-1}ax$;

8) $a^{-5}b^{-4}b^4(0{,}5)^{-2}a^{-15}b^{-1}$;

9) $\frac{1}{4}a^{18}\cdot b^4\cdot(0{,}5)^{-2}\cdot a^{-15}b^{-1}$;

10) $a^0\cdot b\cdot(a^0-b^0)\cdot b^{-8}$.

396. Туюнтмаларды өзгөрткүлө:

1) $7a^2b^{-1}\cdot3ab^2$;

2) $\frac{1}{2}a^4x^{-3}y^{-2}\cdot2a^{-4}x^3y^5$;

3) $a^3:a^{-1}$;

4) $x^2:x^2$;

5) $x^2:x^2$;

6) $10a^3b^{-2}:5ab^{-5}$;

7) $25a^{-3}b^{-2}x^2:5a^{-4}x^3$;

8) $(2a^2b^{-3})^{-2}:(\frac{1}{2}x^{-3}y^{-2})^2$.

397. Бөлчөктөрдү бүтүн туюнтмага келтиргиле:

1) $\frac{1}{2}a\cdot\frac{8b}{a^{-1}}$;

4) $\frac{1}{(-0{,}3x^{-5}y^4)^{-2}}$;

2) $0{,}01xy:\frac{y^{-4}}{10^{-2}x^{-1}}$;

3) $\frac{1}{(xy)^{-10}}\cdot\frac{x^{-5}}{y^4}$;

5) $\frac{7}{(8p^{-6}q)^{-1}}$;

6) $\frac{p}{3c^{-2}}\cdot\frac{1}{p^{-2}}$.

398. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{12x^{-5}}{y^{-6}}\cdot\frac{y}{36x^{-9}}$;

2) $\frac{62y^2}{2x^{-5}}\cdot\frac{14b^{-4}}{7y}$;

3) $\frac{4a}{y^{-2}}\cdot\frac{(2y)^{-1}}{a^0}$;

4) $(0{,}5ab)^{-2}\cdot\frac{2a^{-1}}{b^{-2}}$.

399. Туюнтмалардын маанисин тапкыла:

1) $a=-0{,}125$, $b=8$ болсо, $0{,}2a^{-2}b^4\cdot 5a^3b^{-3}$ түн;

2) $a=\frac{1}{7}$, $b=\frac{1}{14}$ болсо, $\frac{1}{27}a^{-1}b^{-5}\cdot 10a^2b^4$ түн.

400. Терс көрсөткүчтүү даражаны колдонуп, бөлчөктөрдү кө-бөйтүндү түрүндө жазгыла:

1) $\frac{1}{a^2b}$;

2) $\frac{2}{a^3b^4}$;

3) $\frac{3a}{x}$;

4) $\frac{x}{3ay^2z^2}$;

5) $\frac{2}{x+a}$;

6) $\frac{2}{a-x}$;

7) $\frac{3ab}{(1+x)^2(1-x)}$;

8) $\frac{a^{-2}}{2(a+2)}$;

9) $\frac{a+3}{a-3}$.

401. Төмөнкү туюнтмаларды Ax^ny^m түрүндө жазгыла, мында А– каалагандай сан, n, m – бүтүн сан.

1) $2x^2y\cdot 3xy^2$;

2) $xy\cdot xy\cdot xy$;

3) $(x^2y):(2xy^{-2})$;

4) $(2xy^2\cdot 3x^2y^2):(-x^3y^3)$;

5) $\frac{1}{4}\cdot\frac{(x^2)^3\ (xy)^3}{y^2x^2}\cdot(-x^4y^5)$;

6) $3(y:x)\cdot(x\cdot y)$;

7) $\frac{3x^2y}{x^3y}:\frac{2xy^3}{y^3x}$;

8) $(\frac{1}{4}y^2:y^2)\cdot y^{-2}$.

402. Барабардыктарды канааттандырган n дин бардык бүтүн маанилерин тапкыла:

1) $3^2\cdot 3^n=3^5$;

2) $(2^2:4)\cdot 2^n=4$;

3) $5^n\cdot 5:25=5^2$;

4) $3^{-2}\cdot 3^4\cdot 3^n=3^7$;

5) $x^4\cdot x:x^n=x^5$;

6) $(ax)^{-4}:x^n=\frac{1}{a^4}$;

7) $(\frac{a+x}{2})^n\cdot\frac{1}{a+x}=2(a+x)^{-3}$;

8) $2^{-1}\cdot 2^n\cdot 4\cdot 2^n=9\cdot 2^2$.

403. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $2x^2y^{-3}\cdot\frac{1}{6}(x^{-1}y^4)^2$;

3) $\left(\frac{xy^2}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{x^2y}{3}\right)^2$;

2) $(x:y)^{-2}\cdot(\frac{1}{2}y):x)^3$ 4) $(x^{-3}y^3)^{-3}\cdot(\frac{x^2}{2y})\cdot(\frac{2x^2}{y^3})^{-4}$;

404. Амалдарды аткаргыла:

1) $(3a^{-2}b^2c^{-3})\cdot(0{,}8ab^{-3}c^4)$; 5) $(a^{-1}+b^{-1})^2$;

2) $(x^{-1}y^3z^2):(5x^2y^{-2}z^3)$; 6) $(a+b+c)^{-2}$;

3) $(2ax^{-3})^{-2}\cdot ax$; 7) $(a^2+b+c)^{-1}$.

4) $(a^{-2}+b^{-3})(a^{-2}-b^{-3})$;

405. Далилдегиле:

1) $(a^{-n})^{-m}=a^{mn}$; 2) $(a^n)^{-m}=\frac{1}{a^{mn}}$; 3) $a^na^{-m}=a^{n-m}$.

406. Туура жообун бергиле:

1) Эсептегиле: $-(-0{,}02)^{-3}$

а) $\frac{1}{0{,}08}$; б) 8; в) 503; г) $(\frac{2}{100})^{-3}$.

2) Туюнтманы бүтүн түрүндө жазып, жөнөкөйлөткүлө:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{a^2b^2}{c^{-3}}\cdot\frac{c^2}{a^{-1}b}$$

а) $\frac{2}{3}a^2b^2c^{-3}c^2ab-1$; б) $\frac{2}{3}a^3b^2c^{-1}$; в) $2\cdot3^{-1}a^3bc^5$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

407. Эсептегиле:

1) $0{,}25^{-2}\cdot100$; 3) $(-1\frac{1}{2})^{-5}$;

2) $0{,}1^{-1}+1{,}1^0$; 4) $(-\frac{1}{8}+0{,}2)^{-3}$

408. Барабарсыздыктарды чыгаргыла.

1) $(x+1)2+x-6>0$; 3) $12x+5>x+17$;

2) $x^2+0{,}4<x^2+2x$; 4) $3x-4>x-4$.

§ 20. Сандын стандарттык түрү

Илимде жана техникада айрым учурларда өтө эле чоң, же өтө эле кичине оң сандар кездешет. Мисалы, жердин көлөмү чоң сан, ал 1 083 000 000 000 км^3; суунун молекуласынын диаметри кичине сан, ал 0,0000000003 м менен туюнтулат.

Мындай сандарды окуу, жазуу, алар менен амалдарды жүргүзүү ыңгайсыз болоору көрүнүп турат.

Аларды жазып окуунун ыңгайлуу жолу барбы деген суроону коёлу. Ага жооп бериш үчүн он санына көбөйтүүнү жана даража түшүнүктөрүн эске салып, жердин көлөмүн кыскача жазууга болот:

$1\,083\,000\,000\,000$ км^3$=1083\cdot10^9$ км^3$=1{,}083\cdot10^{12}$ км^3,

ал эми $0{,}000\,000\,000\,3$ м$=3\cdot10^{-10}$ м.

Ушундай жазуу каралып жаткан сандардын **стандарттуу жазылышы** деп айтылат. Ар кандай оң санды стандарттуу түрдө жазууга болот.

Бизге A оң саны берилди дейли. Анын стандарттык жазылышы деп $A=a\cdot10^n$ түрүндө жазылышы айтылат. Мында $A>0$, $1\le a<10$, $n\in Z$, n саны A санынын **тартиби** деп аталат. Мисалы, жердин көлөмүн туюнткан сандын тартиби 12ге барабар, суунун молекуласын туюнткан сандын тартиби –10го барабар.

Биз колдонуп жүргөн сан ондук система деп айтылат. Себеби 10 саны жана анын бүтүн даражалары негизги орунда турат. Мисалы,

$10^1=10$, $10^2=100$, $10^3=1000$, $10^4=10000,\ldots$,

$10^0=1$.

$10^{-1}=0{,}1$, $10^{-2}=0{,}01$, $10^{-3}=0{,}001$, $10^{-4}=0{,}0001,\ldots$

10 саны жана 10 дон чоң каалагандай сандын тартиби оң сан менен туюнтулат, б. а. $n>0$. Мисалы: $6834=6{,}834\cdot103$, $182{,}75=1{,}875\cdot10^2$; 0 менен 10дун арасындагы сандын тартиби нөл болот, б. а. n=0; мисалы: $7{,}34=7{,}34\cdot10^0$; 1 санынан кичине оң сандын тартиби терс сан менен туюндурулат, б. а. $n<0$, мисалы: $0{,}958=9{,}58\cdot10^{-1}$; $0{,}0052=5{,}2\cdot10^{-3}$.

Айрым мисалдарды аткарыш үчүн маани берүүчү цифралар деген түшүнүктү киргизебиз. *Сандын маани берүүчү цифралары деп, анын башталышында турган нөлдөрдөн башка бардык цифралар аталат.*

Мисалы, 0,0085, мында, сандын ондук бөлүгүндө маани берүүчү цифралар бар, алар 8 жана 5.

1-мисал. A=4350 000 000 санын, бүтүнүндө бир маани берүүчү цифрасы болгондой стандарттык түрдө жазгыла.

Чыгаруу: Берилген сандын 4 маани берүүчү цифрасы бар, эми А нын бүтүнүндө бир маани берүүчү цифрасы болуш үчүн оңдон солго, 3 цифрасынын алдына үтүр коюу керек, демек: $A=4{,}35\cdot10^9$ болот.

2-мисал. A=0,000 000 508 санды стандарттык түрдө жазгыла.

Анын бүтүн бөлүгүндө бир маани берүүчү цифрасы болсун деп, стандарттуу түрдө жазуу үчүн берилген А сандагы үтүрдү 7 орунга оңго жылдырган болобуз.

Анда $0{,}000\,000\,508=5{,}08:10^7=\frac{5{,}08}{10^7}=5{,}08\cdot10^{-7}$.

Стандарттык түрдө жазылган физикалык чондуктардын маанилеринен мисалдарды келтирели:

Электрондун массасы .... $9,108 \cdot 10^{-31}$ кг
Водороддордун атомунун массасы .... $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг
Жердин массасы .... $5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Күндүн массасы .... $2 \cdot 10^{30}$ кг
1 см^3 көлөмдөгү молекулалардын саны
(нормалдуу шартта) .... $2,687 \cdot 10^{19}$
Боштуктагы жарыктын ылдамдыгы .... $2,9979 \cdot 10^{8}$ м/с
Жарык жылы (жарык шооласынын
1 жылдагы өткөн аралыгы) .... $9,463 \cdot 10^{15}$ м

КӨНҮГҮҮЛӨР

409. Стандарттык түрдө берилген сандын тартибин аныктагыла:
1) $4,42 \cdot 10^5$; 3) $2,7 \cdot 10^{-3}$; 5) $3,6 \cdot 10^3$;
2) $9,28 \cdot 10^4$; 4) $6,3 \cdot 10^{-1}$; 6) $2,2 \cdot 10^{15}$.

410. Төмөндөгү сандарды стандарттык түрдө жазгыла (410–411):
1) 732; 4518; 0,725; 0,00375; 5031, 462;
2) 6230; 0,24; 2,790; 60; 4772; 0,0072.

411. 1) 52 000 000; 2 180 000; 612 000 000; 0, 00281;
2) 40,25; 0,000 0035; 0,314062; 2,000001.

412. Сандын үч маани берүүчү цифрасына чейин тегеректегиле жана алынган санды стандарттык түрдө жазгыла:
1) 70126,334037; 3) 56037912163;
2) 0,02689712; 4) 0,000915651.

413. Жердин, күндүн массасын тонна (т) менен туюнткула.
414. 1) $2,62 \cdot 10^8$ см ди метр менен; 2) $10,72 \cdot 10^{16}$ г ды тонна менен; 3) $4,6 \cdot 10^{-3}$ м ди миллиметр менен; 4) $1,6 \cdot 10^2$ т ны килограмм менен туюнткула.

415. Бүтүн бөлүгүндө бир маани берүүчү цифрасы болгондой кылып амалдарды аткаргыла:
1) $(6,5 \cdot 10) \cdot (3,8 \cdot 10^4)$; 5) $(1,23 \cdot 10^{-3}) : (4,8 \cdot 10^{-2})$;
2) $(3,25 \cdot 10^2) \cdot (6,7 \cdot 10^3)$; 6) $(9,9 \cdot 10^2) : (1,2 \cdot 10^{-1})$;
3) $(4,1 \cdot 10^{-3}) \cdot (2,5 \cdot 10^4)$; 7) $(4,5 \cdot 10^3) : (2,5 \cdot 10)$;
4) $(4,4 \cdot 10^{-3}) \cdot (5,2 \cdot 10^4)$; 8) $(8,7 \cdot 10^4) : (3 \cdot 10^2)$.

416. Сандын канча маани берүүчү цифрасы бар:

1) 2,01; 4,000 003; 0,000 008; 426,01;

2) 1,004; 275,5; 16,05; 0,801; 9,1501; 0,00107.

417. Бүтүн бөлүгүндө бир маани берүүчү цифрасы болгондой кылып амалдарды аткаргыла:

1) $(2{,}5\cdot10^{-3})\cdot(8{,}4\cdot10^{4})$;

2) $(1{,}6\cdot10^{-2})\cdot(1{,}3\cdot10^{-3})$;

3) $(3{,}6\cdot10^{5}):(2{,}4\cdot10^{2})$;

4) $(3{,}362\cdot10^{-3}):(4{,}1\cdot10^{-1})$.

418. Жердин массасы $5{,}98\cdot10^{24}$ кг, Марстын массасы $6{,}4\cdot10^{23}$ кг. Кайсынысы чоң жана канча эсе чоң?

419. Юпитердин массасы $1{,}90\cdot10^{27}$ кг, Венеранын массасы $4{,}87\cdot10^{24}$ кг. Кайсынысы кичине жана канча эсе кичине?

420. Темирдин тыгыздыгы $7{,}8\cdot10^{3}\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Узундугу 1,2 м, туурасы $6\cdot10^{-1}$ м жана калыңдыгы $2{,}5\cdot10^{-1}$ м темир тактанын массасын тапкыла.

421. Стандарттуу түрдө берилген А санды жазгыла:

1) $6{,}834\cdot10^{2}$;

2) $1{,}8275\cdot10^{2}$;

3) $7{,}01\cdot10^{0}$;

4) $6{,}641\cdot10^{-2}$;

5) $9{,}58\cdot10^{-3}$;

6) $5{,}1\cdot10^{-4}$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

422. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

1) $\left(\frac{8a^{-2}}{b^{-3}}\right)^3\cdot\left(\frac{b^{-2}}{16a^{-3}}\right)^2$;

2) $\left(-\frac{9x^4}{2y^3}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{4y^4}{27x^5}\right)^{-2}$;

3) $\frac{5(3y^{10}+9\cdot y^{14})}{y^{16}+3y^{15}}$;

4) $\frac{y^{\frac{1}{3}}z^{\frac{2}{3}}-z}{y^{\frac{2}{3}}-z^{\frac{2}{3}}}+\frac{y}{y+y^{\frac{2}{3}}\cdot z^{5}}$.

423. Барабарсыздыктарды чыгаргыла:

1) $\frac{2}{3}(3x-\frac{1}{2})+x>1-\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-10x)$;

2) $\frac{2}{3}(6x+4)-\frac{1}{6}(12x-5)<4-6x$;

3) $x+\frac{x+3}{5}+\frac{2x-1}{10}\le4$;

4) $\frac{y-1}{2}-1+\frac{2y-1}{6}>y$.

424. Эгерде P(–9;18) чекити $y=\frac{k}{x}$ формуласы менен берилген функциянын графигинде жайланышса, анда k нын маанисин тапкыла.

425. $y=-0{,}3x+6$ функциясы x тин кандай маанилеринде нөлгө барабар болот; оң маанилерге ээ болот; терс маанилерге ээ болот?

§ 21. Сандардын жакындатылган маанилери менен амалдарды жүргүзүү

Адамдын практикасында көпчүлүк учурда жакындатылган эсептөөлөр кездешет. Азыркы учурда эң тез өнүккөн эсептөөлөрдү аткарууда жакындатылган сандар менен амал жүргүзүүнүн математикалык методдору өзгөчө мааниге ээ.

Жакындатылган эсептөөлөрдү жүргүзүүдө санды тиги же бу разрядына чейин тегеректөө туура келет. Тегеректөө кеми же ашыгы менен алынууга тийиш. Мисалы 0,333… санын тегеректегиле десе анда 0,32<0,33...<0,34 болот. Мында 0,32 кеми, 0,34 ашыгы менен алынган.

Эгерде сан жүздүгүнө, ондугуна, бирдигине, ондук үлүшүнө, жүздүк үлүшүнө ж. б. чейин тегеректелген десе, анда ал сан 100; 10; 0,1; 0,01; ж.б. тактыгына чейин берилген деп айтылат.

1-мисал. 7,40952 санын 1; 0,1; 0,01; 0,001 жана 0,0001 тактыкка чейин а) кеми; б) ашыгы менен тегеректегиле.

а) 7; 7,4; 7,40; 7,409; 7,4095;

б) 8; 7,5; 7,41; 7,4110; 7,4096.

Сандын жакындатылган маанисинин катасы эң аз болуш үчүн тегеректөөнүн төмөнкү эрежелерин колдонобуз.

1-эреже. Жакындатылган сандын алынып ташталуучу биринчи цифрасы 5тен кичине болсо, башкача айтканда 0, 1, 2, 3, 4 сандар болсо, анда калтырылган сандын акыркы цифрасы өзү жазылат. Бул учурда кеми менен алынган жакындаштыруу аткарылат.

Мисалы, 8,57639 санын 0,001 тактыкка тегеректегиле десе, анда 8,576 болот, себеби алынып ташталуучу акыркы цифра 3 демек, жообу 8,576 болот.

2-эреже. Эгер алынып ташталуучу биринчи цифра 5тен чоң же барабар болсо, б. а. 5, 6, 7, 8, 9 болсо, анда калтырылган акыркы цифрага 1 кошулуп жазылат. Бул учурда ашыгы менен алынган жакындатуу алынат. Мисалы, 51,7862 санын 0,01 тактыкка чейин тегеректегиле. Анда 51,78 болмок, бирок алынып ташталуучу сандын акыркы цифрасы 6. Демек, 2-эреже боюнча 1 санын кошобуз да 51,79ду алабыз.

Ондук бөлчөктө үтүрдөн кийинки бардык цифралары анын **ондук белгилери** деп айтылат. Мисалы, 6,705 санынын үч ондук белгиси бар.

Сандардын жакындатылган мааниси менен амал аткарууну карайлы.

2-мисал. Эки кесиндинин узундуктарын ченөөнүн натыйжасында $a = 4{,}2457$ м, $b = 5{,}58$ м ди алдык. Кесиндилердин суммасын тапкыла: $a+b = 4{,}2457$ м $+5{,}58$ м.

Кесиндилердин суммасы $a+b$ = 4,2457 м +5,58 м = 9,8257 м болмок.

Бирок биринчи кесинди 0,0001 м тактыкта, ал эми экинчи кесинди 0,01 м тактыкта ченелгендиги өтө маанилүү. Эгер экинчи кесинди да 0,0001м тактыкта ченелген десек, анда анын узундугу 5,58.. м, акыркы эки цифрасы белгисиз болмок эле. Анда

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 4{,}2457 \\ 5{,}58.. \end{array} \\ \hline 9{,}82.. \end{array} \qquad (1)$$

7ге, 5ке кандай цифралары кошулары белгисиз. Мүмкүн суммадагы, 9,82де акыркы цифра 2 болбой 3 болуп калмак. Ошентип маселенин жообу $a+b$=9,82 м. Эми жоопту бир аз тактайлы. Жообунда эки ондук белги алдык. (1) дагы кошууну толук жүргүздүк дейли. Анда экинчи кошулуучудагы үчүнчү ондук белги кандай сан болбосун суммадагы алынуучу үчүнчү ондук белги (5+) 5тен кичине болмок эмес. Демек, жооп 9,83 м ге жакын. Атап айтканда: 4,2457+5,58=9,83. Көрүнүп тургандай, биринчи кошулуучунун экинчи ондук белгиси болгон 4 саны 4+1 болуп өзгөртүлдү.

3-мисал. Жакындатылган сандардын суммасын тапкыла.

4,267+17,42831+5,48+32,3 кошулуучулар жакындатылган сандар жана ар түрдүү тактыкта берилген. 32,3 санынын бир ондук белгиси бар. Анда

$$\begin{array}{r|l} 4{,}2 & 67... \\ 17{,}4 & 2831 \\ 5{,}4 & 8... \\ 32{,}3 & ... \end{array}$$

Кошуу үчүн бир ондук белгиден кийин вертикалдык сызык жүргүзөлү. Калган ондук белгилеринде же цифра, же чекит турат. Жообу 59,3 болмок. Туура жообун алыш үчүн жогорудагы мисалдай кылып, алды менен, ар бир кошулуучуну эки ондук белгиге чейин, ал эми жообунда бир ондук белгиге чейин тегеректейли:

$$\begin{array}{r} 4{,}27 \\ 17{,}43 \\ 5{,}48 \\ 32{,}3 \\ \hline 59{,}48 \end{array} \qquad 59{,}48 \approx 59{,}5.$$

Жообу: 59,5.

Демек, кошулуучулардын ондук белгилери ар түрдүү санда болсо, анда аларды эң кичине сандагы ондук белгиси бар кошулуучудан бир ондук белгиси ашык болгондой кылып тегеректеп алып кошот. Эгер ал сан жыйынтык сан болсо, акыркы ондугу дагы тегеректелет.

Жакындатылган сандарды кемитүү да ушул сыяктуу жүргүзүлөт.

4-мисал. Жакындатылган сандардын айырмасын тапкыла:
8,25–2,728546 = 8,25–2,729 = 5,521≈ 5,52.

5-мисал. 45,308472 жана 14,980624 жакындатылган сандардын айырмасын 0,001 тактыкта эсептегиле.

Эсептөөнү төмөнкүдөй эки жол менен жүргүзөлү:

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r}45{,}308472\\14{,}980624\end{array}\\ \hline 30{,}327848\approx 30{,}3\end{array} \qquad \begin{array}{r} -\begin{array}{r}45{,}308\\14{,}981\end{array}\\ \hline 30{,}327\approx 30{,}3\end{array}$$

3-эреже. Жакындатылган сандарды кошуп же кемитүүдө натыйжасындагы ондук белгилердин саны, амалга катышкан жакындатылган сандардын ондук белгисинин эң аз санындай болот.

Жакындатылган сандарды көбөйтүү жана бөлүүдө ондук белгилери өтө маанилүү. Анда төмөнкү эреже колдонулат.

4-эреже. Жакындатылган сандарды көбөйтүү же бөлүүдө натыйжасындагы маани берүүчү цифралардын саны, амалга катышкан сандардын маани берүүчү цифраларынын эң аз санындай болот.

6-мисал. 4,307·0,058 = 0,249806 = 0,249 ≈ 0,25;

7-мисал. 5,4683709:2,43.

Кадимкидей бөлүүдө натыйжа 2,25048 болот. Тегеректеп алып бөлсөк: 5,468:2,43≈2,25.

Жообу: 2,25.

Демек, кадимки жол менен көбөйтүү, бөлүүгө караганда эреже боюнча тегеректеп алып көбөйтүү, бөлүү оңой.

КӨНҮГҮҮЛӨР

426. Жакындатылган сандар менен амалдарды аткаргыла:

1) 1,645+1,82456+25,24;

2) 14,2+0,4561+2,075;

3) 1,24652+21,4351+90,354+2539,73;

4) 2,48+0,426+14,6204;

5) 3,28–0,9162;

6) 19,21+25,92–0,617244;

7) 28,29–10,9123+11,8163.

427. Жакындатылган сандар менен көбөйтүү, бөлүү амалдарын аткаргыла:

1) $2,3\cdot1,852$;
2) $11,4\cdot4,607$;
3) $74,5\cdot0,324$;
4) $35,28054:8,73$;
5) $2,1816\cdot1,56$;
6) $0,45\cdot2,14257$;
7) $52,4\cdot3,1416$;
8) $53,56047:6,42$.

428. 0,01; 0,001 тактыкка чейин тегеректегиле:

1) 3620,80745; 208,4724; 82,30065; 0,03472;

2) 4530,70627; 307,3832; 74,40078; 0,02361;

3) 0,0071; 1878,0145; 3131,22345.

429. Жөнөкөй бөлчөктөрдү ондук бөлчөк түрүндө жазып, аны 0,001 тактыкка чейин тегеректегиле:

1) $\frac{8}{13}; \frac{12}{19}; \frac{15}{28}$;   2) $\frac{12}{17}; \frac{18}{23}; \frac{25}{44}$.

430. 2,3,4 маани берүүчү цифраларга чейин жакындатылган маанисин тапкыла:

1) 2476,803; 34,76805; 5,09684; $\frac{1}{37}$;

2) 4367,604; 43,67604; 6,09873; 0,0049968; $\frac{1}{49}$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

431. Сандарды стандарттык түрдө көрсөткүлө:

1) 267 000 000;
2) 21 000 000 000;
3) 0,000 000 185;
4) 0,000 000 000 163.

432. Амалдарды аткаргыла:

1) $(3,21\cdot10^4)\cdot(2,1\cdot10^3)$;   2) $(19,5\cdot10^{-2}):(2,45\cdot10^{-7})$.

433. Барабарсыздыктар системасын чыгаргыла:

$$\begin{cases} 0,2(4-5x)+0.5x<2x-0,5(4-3x), \\ 1,5(3-2x)+0,5>12-0,1(10-5x). \end{cases}$$

III ГЛАВАНЫ КАЙТАЛОО ҮЧҮН СУРООЛОР

1. *Бүтүн көрсөткүчтүү даражаны кандай түшүнөбүз? Мисалдар келтиргиле.*
2. *Бүтүн көрсөткүчтүү даражанын касиеттерин айтып бергиле.*
3. *Сандардын стандарттык түрү кандай жазылат? Мисалдар келтиргиле.*
4. *Сандын тартиби деген эмне? Мисалдар келтиргиле.*
5. *Сандын жакындатылган маанилери менен амалдар кандай жүргүзүлөт? Мисалдар келтиргиле.*

III ГЛАВАГА КӨНҮГҮҮЛӨР

434. Туюнтмалардын маанисин тапкыла:

1) $x = 0,1$ болсо $10x^{-2}$ни; 2) $x = 20$, $y = 5$ болсо $x^{-1} \cdot y^2$.

435. Туюнтмаларды салыштыргыла:

1) 3^{-5} жана 7^{-3}; 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ жана $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$.

436. Эсептегиле:

1) $-0,25^{-2} \cdot 100$; 4) $0,2^{-4} \cdot (-1,6)$;

2) $0,01(-0,5)^{-3}$; 5) $3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \frac{1}{2}$

3) $0,1^{-1} + 1,1^0$; 6) $-4^{-1} \cdot 5 + 2,5^2$.

437. Туюнтмалардын өз ара тескери экенин далилдегиле:

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ жана $0,5^{-4}$; 3) $2,5^{-4}$ жана $\left(\frac{2}{5}\right)^4$;

2) 100^{-2} жана $0,01^{-2}$; 4) $1,25^{-4}$ жана $\left(\frac{4}{5}\right)^{-4}$.

438. Туюнтмаларды терс даража көрсөткүчү болгондой кылып өзгөрткүлө:

1) $\frac{ab^{-2}}{c}$; 3) $\frac{(a^2-2ab+b^2)^{-1}}{(a-b)^{-2}}$;

2) $\frac{a+b}{b^{-1}(a-b)^{-1}}$; 4) $\frac{2a^{-1}+2b^{-1}}{(a-b)^{-2}}$.

439. Туюнтмаларды бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $(x^{-1}+y^{-1})(x^{-1}-y^{-1})$; 3) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} + \left(\frac{x}{y}\right)^{-2}$;

2) $ab\,(b-a)^{-2} - b(a-b)^{-1}$; 4) $ay^{-2} - a^{-2}y$.

440. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{(x+y)^2}{x^{-1}+y^{-1}}$; ш 3) $3a^{-1}b + 3ab^{-1}$;

2) $\frac{ab^{-1}-a^{-1}b}{a^{-1}-b^{-1}}$;

4) $\frac{2x^{-2}-2y^{-2}}{x^{-2}y^{-2}(x^2+2xy+y^2)}$.

441. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{1}{4}\cdot\frac{(x^2)^{-4}\cdot(yx)^2}{x^2y^2}\cdot(-x^{-4}\cdot y^5)$;

3) $16\,x^2y^{-4}\cdot 2^{-4}x^{-1}y^4$;

2) $(\frac{2x^2y}{x^3y})\cdot(\frac{1}{y}\cdot\frac{yx^3}{yx})$;

4) $(2xy^{\,2}\cdot 3x^2y^2):(-x^3y^3)$.

442. Туюнтмаларды негизи 10 болгон түрүндө көргөзгүлө:

1) 100^n;

3) $0{,}01^n\cdot 10^{2-2n}$;

2) $0{,}01\cdot 1000^{n-3}$;

4) $0{,}1^{-2}\cdot 10^2$.

443. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{x^6+x^{12}}{x^{-6}+x^{-12}}$;

3) $(x^2-y^2)\cdot\frac{(6x+6y)^{-1}}{2x^2-4xy+2y^2}$

2) $\frac{b^2+b^3+b^4}{b^{-2}+b^{-3}+b^{-4}}$;

4) $(a+b)^{-2}\cdot(a+b)^2$.

444. Далилдегиле:

1) $2^n+2^n=2^{n+1}$, n – бүтүн сан;

2) $3\cdot 4\underline{n}+4n=4n+1$, n – бүтүн сан;

3) $\frac{2}{3^n}+3^{-n}=3^{1-n}$, n – бүтүн сан;

4) $(a+b)^{-2}=\frac{1}{a^2+2ab+b^2}$.

445. Стандарттык түрдө жазылган сандар менен амалдарды аткаргыла:

1) $(2{,}4\cdot 10^{-5})\cdot(5\cdot 10^5)$;

3) $(6{,}4\cdot 10^{-10}):(3{,}2\cdot 10^{-5})$;

2) $(4{,}1\cdot 10^{-20})\cdot(2\cdot 10^{19})$;

4) $(3{,}8\cdot 10^6):(2\cdot 10^0)$.

446. Амалдарды аткаргыла:

1) $8{,}2\cdot 10^4+0{,}8\cdot 10^4$;

3) $3{,}5\cdot 10^{-2}-2{,}5\cdot 10^{-2}$;

2) $3{,}6\cdot 10^5+4{,}7\cdot 10^3$;

4) $2{,}2\cdot 10^4-1{,}3\cdot 10^3$.

447. Салмактарды грамм менен туюнткула жана алынган сандарды стандарттык түрдө жазгыла:

1) 1кг; 2) 100кг; 3) 1 центр; 4) 1 тонна.

448. x санынын тартиби 11ге барабар. Сандардын тартибин көрсөткүлө:

1) $1000x$; 2) $0{,}001x$; 3) $\frac{x}{10^{10}}$; 4) $\frac{x}{10^{-4}}$.

449*. x санынын тартиби 7, y санынын тартиби 5 болсо $x\cdot y$ көбөйтүндүнүн; $\frac{x}{y}$ тийиндинин тартиби кандай?

450. Жерден *a* Центавр жылдызына чейинки аралык $2{,}07 \cdot 10^5$ астрономиялык бирдикке (астрономиялык бирдик деп, Жерден Күнгө чейинки $1495 \cdot 10^8$ км ге барабар болгон аралык аталат) барабар. Ал аралыкты километр менен туюнткула.

451. x жана y сандарын салыштырууга болобу? Эгер:

1) $x = 9{,}1 \pm 0{,}1$; $y = 9{,}3 \pm 0{,}1$; 3) $x = 4{,}5 \pm 0{,}5$; $y = 4{,}8 \pm 0{,}5$;

2) $x = 3{,}5 \pm 0{,}1$; $y = 3{,}2 \pm 0{,}1$; 4) $x = 67 \pm 10$; $y = 62 \pm 10$ болсо.

452. Жердин массасы $5{,}976 \cdot 10^{21}$ т., ал эми Айдын массасы $7{,}35 \cdot 10^{19}$т. Жер менен Айдын биргелешкен массасы канчага барабар? Жердин массасы Айдын массасынан канча эсеге чоң?

453. $V=abh$ формула боюнча тик бурчтуу параллелопипеддин көлөмүн эсептегиле: $a=7{,}8$; $b=4{,}6$; $h=9{,}3$.
Жообунда канча маани берүүчү цифра алынды?

454. Эгер $a=8{,}15$; $b=7{,}65$; $c=6{,}29$ болсо, $x = \frac{a+b}{c}$ эсептегиле.
Жообунда канча маани берүүчү цифрасы сакталат?

455. Өлчөөнүн жыйынтыктарынын кайсынысы тагыраак: 0,0025 т же 0,372 м?

456. Ондук белгилери:

1) маани берүүчү цифраларынын санынан чоң болгон;
2) маани берүүчү цифраларынын санынан кичине болгон;
3) маани берүүчү цифраларынын санына барабар болгон жакындаштырылган сандардан мисалдар келтиргиле.

457. $12{,}0 \times 4{,}0$ м^2 өлчөмдөгү бөлмөнүн полун сырдаш үчүн 5,28 кг сыр сарп кылынган. $5{,}2 \times 4{,}6$ см^2 өлчөмдөгү бөлмөнүн полуна канча сыр керек?

458. Төмөнкү сандарды 0,001; 0,0001 тактыкта жакындаткыла:

1) 0,35623; 3) 65895;
2) 2,256357; 4) 4677,967213.

459. Төмөнкү сандарды 2, 3, 4 чейин маани берүүчү цифраларына чейин жакындаткыла:

1) 2654,703; 3) 0,00467;
2) 84,6783; 4) $\frac{1}{12}$.

460. Амалдын жакындатылган маанисин тапкыла:

1) 12,8+0,7251+8,075; 3) 3,14–2,21+0,02;
2) 26,8+0,9123–0,02; 4) 28,83–2,04–3,96.

461. Жакындатылган сандардын көбөйтүндүсүн жана тийиндисин тапкыла:

1) $10{,}85\cdot 2{,}4$; 3) $62{,}5:1{,}2$;

2) $1{,}916\cdot 2{,}03$; 4) $103{,}1:4{,}36$.

462. 1) $1{,}52\cdot 4{,}6:3{,}75$; 3) $91{,}2\cdot 0{,}14:1{,}1$;

2) $82{,}4:9{,}20\cdot 5{,}731$ 4) $8{,}2:2{,}31\cdot 0{,}8192$.

463. Амалдардын жакындатылган маанисин тапкыла:

1) $8{,}54\cdot 1{,}25-2{,}25:6{,}051$; 2) $0{,}1514\cdot 3{,}15+10{,}47:2{,}5167$.

464. 24,6 саны x санынын 0,4% ына барабар болгон салыштырмалуу тактыкта алынган жакындатылган мааниси. x тин жакындатылган мааниси кандай тактыкта алынган?

465. Туюнтманын маанисин тапкыла:

1) $x=16{,}5$, $y=7{,}2$ болсо, $\frac{2xy}{x+y}$;

2) $x=6{,}3$, $y=5{,}8$ болсо, $\frac{x+xy}{xy-y}$;

3) $a=4{,}6$, $b=7{,}8$ болсо, $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$;

4) $a=3{,}5$, $b=8{,}6$ болсо, $\sqrt{a^2}+ab$.

ТУУРА ЖООБУН ТАПКЫЛА (ТЕСТ):

1. $1{,}12\cdot 10^{-12}$ туюнтма кандай санды туюндурат?

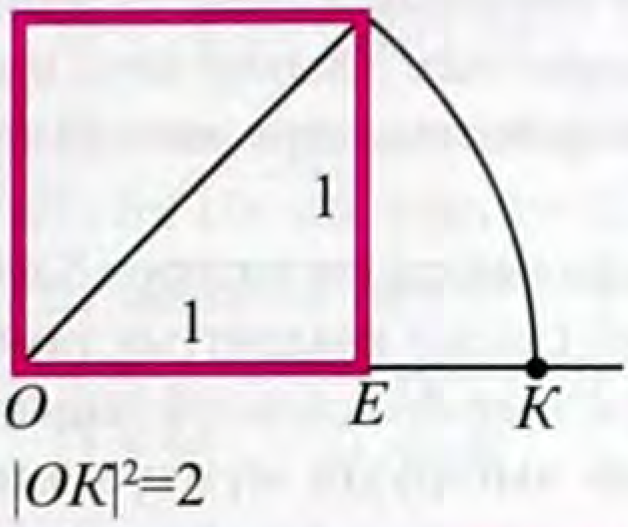
а) $1{,}12\cdot\frac{1}{10^{12}}$; б) $0{,}\underbrace{0\ 0112}_{12\text{ орун}}$; в) $0{,}\underbrace{0\ldots0112}_{14\text{ цифра}}$.

2. Туюнтманын маанисин тап: $3^{-2}+(\frac{1}{3})^{-1}$

а) $\frac{4}{9}$; б) $\frac{28}{9}$; в) $\frac{2}{3}$.

3. $5{,}2\cdot 10^{20}$ санынын тартиби кандай?

а) 20; б) $5{,}2\cdot 10$; в) 19.



IV глава

КВАДРАТТЫК ТАМЫРЛАР

§ 22. Арифметикалык квадраттык тамыр

Эгерде квадраттын жагынын узундугу белгилүү болсо, анда анын аянтын тапса болот. Ошол эле убакта тескери маселени да чыгарууга туура келет б. а. квадраттын белгилүү аянты боюнча анын жагын табуу керек.

Мисалы, квадраттын аянты 100 см^2 болсо, анда анын жагы 10 см ге барабар. Мында биз квадраты аянттын берилген маанисине барабар болгон санды таап алдык. Мындай сандар, жалпысынан айтканда, экөө: 10 жана –10. Бирок, биз, алардын ичинен албетте, терс эмес санын алдык, себеби узундук терс сан менен туюнтула албайт.

Эгерде квадраттын жагы a болсо, анда анын S аянтын $S=a^2$ формуласы менен эсептесе болот. Ошондой эле математикада, квадраттын жагын анын аянты аркылуу туюнтула турган да жол бар. Тийиштүү формуланы жазуу үчүн бизге жаңы: $\sqrt{S}$ – символун киргизүү керек. Бул символ менен аянты S ке барабар болгон квадраттын жагы белгиленген б. а. $\sqrt{S}$ – бул квадраты S болгон терс эмес сан. $\sqrt{\ }$ белгисин квадраттык тамыр же радикал (*radix* – тамыр деген латын сөзүнөн) деп аташат, ал эми $\sqrt{S}$ туюнтмасын S тен квадраттык тамыр деп окушат; S – тамыр астындагы туюнтма деп аталат. $\sqrt{\ }$ белгисин француз математиги Р. Декарт (1637-ж.) киргизген.

Киргизилген символду колдонуп, аянты S болгон квадраттын a жагын табуу формуласы төмөнкүчө жазылат:

$$a=\sqrt{S}.$$

Мисалы, S=64 болсун. Анда $a=\sqrt{64}$. $64=8^2$ болгондуктан $\sqrt{64}=8$. Биз $\sqrt{64}$ туюнтмасын анын мааниси 8 саны менен алмаштырдык, же 64 төн квадраттык тамыр чыгардык деп айтабыз. 8 санын, 64 санынан алынган арифметикалык квадраттык тамыр деп аташат.

Рене Декарт
(1596-1650)

Аныктама. **S санынан алынган арифметикалык квадраттык тамыр деп, квадраты S ке барабар болгон терс эмес санды айтышат.**

Каалаган санды квадратка көтөрсө болот, бирок каалагандай сандан квадраттык тамыр чыгарууга мүмкүн эмес. Мисалы –4 санынан квадраттык тамыр чыгарууга мүмкүн эмес. Себеби квадраты –4кө барабар болгон сан таптакыр жок.

Ошентип, $\sqrt{S}$ туюнтмасы $S \geq 0$ болгондо гана мааниге ээ.

Квадраттык тамырдын аныктамасын кыскача төмөнкүчө жазса болот:

$$\sqrt{S} \geq 0, (\sqrt{S})^2 = S.$$

$(\sqrt{S})^2 = S$ барабардыгы $S \geq 0$ болгондо гана аткарылат.

1-маселе. Эсептегиле:

$$5\sqrt{32\cdot 2} - 3\sqrt{2\cdot 8}$$

$$5\sqrt{32\cdot 2} - 3\sqrt{2\cdot 8} = 5\sqrt{64} - 3\sqrt{16} = 5\cdot 8 - 3\cdot 4 = 28.$$

КӨНҮГҮҮЛӨР

466. Аянты белгилүү болгон квадраттын жагын тапкыла:

1) $16\,м^2$; 2) $100\,дм^2$; 3) $0{,}64\,км^2$; 4) $\frac{36}{49}\,мм^2$.

467. Төмөнкү сандардын арифметикалык квадраттык тамырларын эсептегиле: 81; 64; 100; 0,16; 0,09; 0,25; 1,44; 4900; 6400.

468. Барабардыктар туурабы?

1) $\sqrt{16} = 4$; 2) $\sqrt{100} = 10$; 3) $\sqrt{25} = -5$; 4) $\sqrt{0} = 0$?

Эсептегиле (469–471):

469. 1) $(\sqrt{4})^2$; 2) $(\sqrt{9})^2$; 3) $\left(\sqrt{\frac{3}{12}}\right)^2$; 4) $(\sqrt{0{,}25})^2$.

470. 1) $3 + \sqrt{4}$; 4) $4\cdot\sqrt{0{,}01}$;

2) $7 - \sqrt{25}$; 5) $\frac{1}{3}\cdot\sqrt{0{,}81}$;

3) $\sqrt{16} - 9$; 6) $0{,}25\cdot\sqrt{0{,}25}$.

471. 1) $2^3 + 5\sqrt{16}$; 4) $\sqrt{2^2 + 3\cdot 7}$;

2) $3\sqrt{121} - 2\sqrt{144}$; 5) $\sqrt{3^2 + 4^2}$;

3) $2\sqrt{3\cdot 27}-6\sqrt{2\cdot 18}$; 6) $\sqrt{17^2-15^2}$.

472. Туюнтмалардын маанилерин тапкыла:

1) $3\sqrt{10-2a}$ нын $a=3$; $a=-3$; $a=5$ болгондогу;

2) $5\sqrt{6x-2}$ нин $x=1$; $x=\frac{1}{3}$; $x=3$ болгондогу.

473. a нын кандай маанилеринде төмөнкү туюнтмалар мааниге ээ?

1) $\sqrt{2a}$; 2) $\sqrt{-a}$; 3) $\sqrt{2-a}$; 4) $\sqrt{3+a}$.

474. Теңдемени чыгаргыла:

1) $\sqrt{x}=2$; 2) $\sqrt{x}=9$.

475. Сандарды салыштыргыла:

1) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ жана $\sqrt{\frac{9}{16}}$; 2) $\sqrt{0{,}04}$ жана $\sqrt{0{,}09}$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

476. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

$\left(\frac{a+b}{b}-\frac{a}{a+b}\right):\left(\frac{a+b}{a}-\frac{b}{a+b}\right)$.

477. $|2x-8|$ туюнтмасынын $x=-2{,}5$; 0; 4; 5; 9,5 болгондо маанисин тапкыла.

478. $y=\frac{k}{x}$ функциясынын графиги $A(4; -0{,}5)$ чекити аркылуу өтөт. k санын тапкыла жана графигин түзгүлө.

§ 23. Анык сандар

1. Рационалдык сандар

Математикада жаңы сандардын пайда болушу бул же тигил аракеттерди аткаруунун зарылдыгы менен байланыштуу.

Натуралдык сандарды кошкондо жана көбөйткөндө дайыма натуралдык сан келип чыгат. Бирок, эки натуралдык сандарды кемиткенде дайыма эле натуралдык сан келип чыкпайт.

Мисалы, 2–5 айырмасы натуралдык сан эмес. Кемитүү аткарылышы үчүн *терс сандар* жана 0 саны киргизилген. Натуралдык сандардын көптүгү *бүтүн сандардын* көптүгүнө:

$$\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$$

чейин кеңейтилген.

Бүтүн сандарды кошкондо, көбөйткөндө, кемиткенде дайыма бүтүн сан келип чыгат. Бирок, эки бүтүн санды бөлгөндө дайыма эле бүтүн сан келип чыкпайт. Мисалы, 2:5 тийиндиси – бүтүн сан эмес. Бөлүү дайыма аткарылышы үчүн *рационалдык* сандар б. а. $\frac{m}{n}$, мында m-бүтүн сан, n – натуралдык сан, түрүндөгү сандар киргизилген. Бүтүн сандардын көптүгү рационалдуу сандардын көптүгүнө чейин кеңейтилген.

Рационалдык сандардын үстүнөн төрт арифметикалык амалды (нөлгө барабар болгондон башка) аткарганда дайыма рационалдык сан келип чыгат.

Рационалдык санды чектүү же чексиз ондук бөлчөк түрүндө жазса болот. Мисалы, $\frac{2}{5}$ жана $\frac{3}{4}$ сандарын чектүү ондук бөлчөк түрүндө жазса болот: $\frac{2}{5}=\mathbf{0{,}4}$; $\frac{3}{4}=\mathbf{0{,}75}$. $\frac{1}{3}$ жана $\frac{5}{1}$ сандарын, «бурч» менен бөлүүнү колдонуп, чексиз ондук бөлчөк түрүндө жазса болот.

$\frac{1}{3}=\mathbf{0{,}333}\ldots,\ \frac{5}{1}=0{,}454545\ldots.$

0,333… чексиз ондук бөлчөгүнүн жазылышында 3 цифрасы кайталанат. 3 цифрасы бул бөлчөктүн мезгили деп аталат; бөлчөктүн өзүн болсо *мезгили 3 болгон мезгилдүү бөлчөк* деп аташат жана 0.(3) деп жазышат дагы «Нөл бүтүн жана мезгилинде үч» деп окушат.

0,454545… бөлчөгүнүн жазылышында эки цифрадан: 45тен турган топ кайталанат; бул бөлчөктү мезгили 45 болгон мезгилдүү бөлчөк деп аташат дагы 0.(45) деп жазышат.

Мезгилдүү чексиз бөлчөктөргө дагы мисалдар келтирели:

$$-\frac{7}{3}=\mathbf{-0{,}2333\ldots=-0{,}2(3)}\ ;\ 27\frac{13}{330}=\mathbf{27{,}0393939\ldots=27{,}0(39)}$$

Каалагандай рационалдык санды же чектүү ондук бөлчөк түрүндө, же мезгилдүү чексиз ондук бөлчөк түрүндө көрсөтсө болот. Жана тескерисинче, каалагандай мезгилдүү чексиз же чектүү ондук бөлчөктү кадимки бөлчөк б. а. $\frac{m}{n}$, мында m – бүтүн, n – натуралдык сан, түрүндө көрсөтсө болот.

$$\begin{array}{r|l} 27 & 11 \\ \underline{22} & 2{,}4545\ 455 \\ 50 & \\ \underline{44} & \\ 60 & \\ \underline{55} & \\ 50 & \\ \underline{44} & \\ 60 & \\ \underline{50} & \\ 5 & \end{array}$$

1-маселе. $\frac{27}{11}$ санын чексиз ондук бөлчөк түрүндө жазгыла. «Бурч» менен бөлүү алгоритмди колдонолу:

Калдыктар кайталанууда, ошондуктан тийиндиде цифралардын бир эле группасы: 45 кайталанат. Демек, $\frac{27}{1}=\mathbf{2{,}4545\ldots=2{,}(45)}$.

2-маселе. Төмөнкү мезгилдүү чексиз ондук бөлчөктү кадимки бөлчөк түрүндө көрсөткүлө:

1) 1,(7); 2) 0,2(18).

1) x =1,(7) =1,777… болсун. Анда $10x$ =17,777…

Экинчи барабардыктан биринчисин кемители: $9x=16$, мындан $x=\frac{16}{9}$.

2) $x=0{,}2(18)=0{,}21818\ldots$ болсун, анда

$$10x=2{,}(18)=2{,}1818\ldots$$

$$1000x=218{,}(18)=218{,}1818\ldots .$$

Үчүнчү барабардыктан экинчи барабардыкты кемители: $990x=216$, мындан $x=\frac{216}{990}=\frac{12}{5}$.

Жообу: 1) $1{,}(7)=1\frac{7}{9}$; 2) $0{,}2(18)=\frac{12}{5}$.

2. Иррационалдык сандар. Анык сандар

Математикада мезгилдүү чексиз ондук бөлчөктөр менен бирге *мезгилсиз чексиз ондук бөлчөктөр* дагы каралат.

Мисалы,

$$0{,}101001000\ldots$$

бөлчөгү, биринчи 1 цифрасынан кийин бир нөл, экинчи 1 цифрасынан кийин эки нөл ж. д. у. с. болгондуктан, мезгилсиз болот.

$$0{,}123456\ldots$$

бөлчөгү дагы мезгилсиз болот себеби, үтүрдөн кийин бардык натуралдык сандар катары менен жазылган.

Мезгилсиз чексиз ондук бөлчөктөр *иррационалдык сандар деп аталышат.* Рационалдык жана иррационалдык сандар анык сандардын көптүгүн түзүшөт.

Анык сандар үчүн, арифметикалык амалдар, алардын касиеттери жана сандардын салыштыруу эрежелери, ошондой эле барабардыктын, барабарсыздыктын касиеттери, рационалдык сандар үчүн кандай аныкталса, ошонун так өзүндөй кылып, аныкташат.

Тамыр чыгаруу амалына кайрылалы. Жогорку математика курсунда, каалагандай терс эмес анык сандан квадраттык тамыр чыгарууга мүмкүн болоору далилденет.

Квадраттык тамыр чыгаргандын натыйжасында рационалдык да, иррационалдык да сандар келип чыгышы мүмкүн.

Мисалы, $\sqrt{1,21}=1,1$ – рационалдык сан, ал эми $\sqrt{3}=1,71320508...$ – иррационалдык сан.

Натуралдык сандардын квадраты болбогон натуралдык сандардын квадраттык тамырлары дагы иррационалдык сандар болушат: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$ ж. б.

Квадраттык тамырды жакындатып эсептесе болот жана ар түркүн жолдору бар. Алардын бирөөнө токтололук. Бул жолдун негизине төмөнкү ырастоо коюлган. Эгерде a жана b сандары оң жана $a^2<b^2$ болсо, анда $a<b$. Геометриялык көз караш менен караганда бул түшүнүктүү, себеби: аянты кичине квадраттын жагы да кичине.

Мисалы, $\sqrt{42}$ санын алалы. 62<42<72 болгондуктан

$$6<\sqrt{42}<7.$$

$\sqrt{42}$ =6 (кеми менен) же $\sqrt{42}$ =7 (ашыгы менен) деп айтса болот.

Мындан тагыраак жакындатылган маанилерин алыш үчүн, 6,1; 6,2;…ж. б. сандарын удаалаш квадратка, 42ден чоң сан алгычакты көтөрөбүз:

$$6,1^2=37,21;$$

$$6,2^2=38,44;$$

$$6,3^2=39,69;$$

$$6,4^2=40,96;$$

$$6,5^2=42,25.$$

6,42= $\sqrt{42}$ <6,52 болгондуктан 6,4< $\sqrt{42}$ <6,5.

Демек $\sqrt{42}$ =6,4 (кеми менен), $\sqrt{42}$ =6,5 (ашыгы менен) деп эсептесе болот. $\sqrt{42}$ санын чамалоону улантып, биз анын улам тагыраак жакындатылган маанилерин алабыз:

6,48< $\sqrt{42}$ <6,49,

6,480< $\sqrt{42}$ <6,481,

6,4807< $\sqrt{42}$ <6,4808 ж. б.

Бул процесс чексиз: сол жана оң жагынан жакындатылган маанилер $\sqrt{42}$ санына улам чукул болгону менен алардын эч бири бул сан менен дал келбейт. Эгерде дал келсе, анда $\sqrt{42}$ саны рационалдуу сан болмок.

Практикада тамырдын жакындатылган маанилерин табуу үчүн силер $\sqrt{\ }$ белгиси бар калькуляторду же болбосо таблицаны колдонсоңор болот. Эгерде силерде сегиз разряддуу калькулятор болсо, анда $\sqrt{42}$ санын эсептеп 6,4807406 же 6,4807407 маанилеринин бирин аласыңар.

Архимед
(б.з.ч. 287-212)

Иррационалдык сандар квадраттык тамыр чыгарганда эле пайда болбойт. Башка жагдайдан пайда болгон чексиз көп иррационалдык сандар бар.

Мисалы, айлананын узундугунун анын диаметрине болгон катышы π санын, иррационалдык санды берет. Биз $\pi=3,14$ деген жакындатылган маанисин колдонобуз. Архимед (б. з. ч. III кылым) π санын $\frac{22}{7}$ кадимки бөлчөгү менен алмаштырууну сунуш кылган. π санын рационалдык сандан тамыр чыгаруунун натыйжасында ала албастыгыбызды айта кетүү керек.

КӨНҮГҮҮЛӨР

479. Бөлчөктөрдү окугула:

1) 0,(2); 2) 2,(21); 3) 15,3(53); 4) –2,77(3).

480. Бөлчөктөрдү чектүү же мезгилдүү чексиз ондук бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{2}{3}$; 5) $-\frac{3}{5}$;

2) $\frac{1}{125}$; 4) $\frac{2}{3}$; 6) $-3\frac{1}{7}$.

481. Мезгилдүү чексиз ондук бөлчөктөрдү кадимки бөлчөк түрүндө жазгыла:

1) 0,(6); 2) 0,(7); 3) 4,1(25); 4) 2,3(81).

482. Сандарды салыштыргыла:

1) 0,35 жана 0,(35); 3) 2,41 жана 2,4(1);

2) 1,03 жана 1,0(3); 4) 3,7(2) жана 3,72.

483. $-8; -\sqrt{16}; -3; -\frac{5}{2}; 12; \sqrt{7}; 0; \sqrt{\frac{1}{9}}; 1$ сандары берилди. Булардын ичинен: 1) натуралдык; 2) бүтүн; 3) рационалдык сандарды бөлүп жазгыла.

484. (*Оозеки*) Төмөндө көрсөтүлгөн сандардын кайсылары иррационалдык болушат:

$-2;\ 1;\ 0;\ \sqrt{11};\ \sqrt{16};\ -1{,}7;\ \sqrt{17};\ \frac{4}{3}\sqrt{225}$.

485. Квадраттын аянты 12 м^2. Анын жактарынын узундугун 1 см ге чейинки тактыкта тапкыла.

486. Төмөнкү сандар кандай удаалаш бүтүн сандардын ортосунда камалган:

1) $\sqrt{8}$; 3) $\sqrt{27}$; 5) $\sqrt{200}$;

2) $\sqrt{15}$; 4) $\sqrt{150}$; 6) $\sqrt{480}$?

487. Сандарды салыштыргыла:

1) $\sqrt{80}$ жана $\sqrt{90}$; 2) $\sqrt{168}$ жана $\sqrt{104}$.

жыйынтыгын калькулятор менен текшерип көргүлө.

488. Сан огунда $\sqrt{1}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{5}$ сандарынын болжолдуу абалын көрсөткүлө (5 клетканы бирдик кесинди катары алгыла).

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

489. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{a}{a-b}+\frac{3a}{a+b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}$; 2) $(-\frac{1}{x})\cdot\frac{1-x}{1+x}\cdot\frac{x}{x^2-1}$.

490. Далилдегиле:

1) Эки жуп сандын суммасы – жуп сан;
2) Жуп сан менен так сандын суммасы – так сан.

491. Далилдегиле:

1) Жуп сандын квадраты – жуп сан;
2) Так сандын квадраты – так сан.

492. Модуль белгиси жок жазгыла:

1) $|a|$, эгер $a>0$; 3) $|2b|$, эгер $b<0$;

2) $|c|$, эгер $c<0$; 4) $|3c|$, эгер $c\geq 0$.

§ 24. Комплекстүү сандар*

Математика, физика жана практиканын көп маселелерин чечүү алгебралык теңдемелерди чыгарууга алып келет. Ошондуктан, бул теңдемелерди дайыма чыгарылышка ээ болгудай кылуу, өз кезегинде сан түшүнүгүн кеңейтүүнү табигый түрдө талап кылат. Мисалы, каалагандай

$x+a=b$ теңдемеси тамырга ээ болушу үчүн, оң сандар жетишсиз жана ошондуктан терс сандарда жана нөлдү киргизүү талабы пайда болот.

Ошондой эле, $x^2+1=0$ теңдемесин чыгаруу үчүн *анык сандардын көптүгүн* кеңейтүүгө туура келет. Бул жаңы сандар, анык сандар менен бирге, *комплекстүү сандардын* көптүгү деп аталган көптүктү түзөт.

Эгерде комплекстүү сандар киргизилсе, анда $x^2+1=0$ теңдемеси тамырга ээ. Бул тамырды i тамгасы менен белгилешет жана *жалган (мнимый)* бирдик деп аташат.

Ошентип, i бул $i^2=-1$ барабардыгы аткарылган комплекстүү сан.

Каалагандай комплекстүү санды $a+bi$, түрүндө жазууга мүмкүндүгү эң сонун факт. Мында a, b анык сандар. Туюнтманын ушул түрүнөн «комплекстүү», б.а. «курама» деп аталышы келип чыгат.

$a+bi$ түрүндөгү туюнтмалар комплекстүү сандар деп аталат, мында a жана b анык сандар, i бул $i^2=-1$ барабардыгы аткарылган комплекстүү сан.

a саны $a+bi$ комплекстүү сандын *анык* бөлүгү, ал эми b саны *анын мнимый* бөлүгү деп аталышат.

Мисалы, $2+3i$ комплекстүү санынын анык бөлүгү 2ге барабар, мнимый бөлүгү 3кө барабар; $(-2)+(-3)i$ комплекстүү санын $-2-3i$ деп жазышат жана анык бөлүгү -2ге барабар, мнимый бөлүгү -3кө барабар.

Анык сандар комплекстүү сандардын жекече учуру болоорун белгилей кетели. Мисалы, $2+0\cdot i=2$, $0+0\cdot i=0$, $-4+0\cdot i=-4$.

Эки комплекстүү сан $a+bi$ жана $c+di$ берилсин.

Эгерде $a=c$ жана $b=d$ болсо, б. а. алардын анык жана мнимый бөлүктөрү барабар болушса, анда бул сандарды барабар деп айтышат.

Мисалы, $\frac{4}{6}+\sqrt{4}i=\frac{2}{3}+2i$, себеби $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ жана $\sqrt{4}=2$.

1-маселе. Эгерде

$$(2x+y)+(x-y)i=5-2i,$$

болсо, x жана y анык сандарын тапкыла.

Комплекстүү сандардын барабардыгынын аныктамасы боюнча

$$\begin{cases} 2x+y=5; \\ x-y=-2. \end{cases}$$

Бул системаны чыгарып $x=1$, $y=3$ экенин алабыз.

Комплекстүү сандардын үстүнөн жүргүзүлүүчү арифметикалык амалдар, бул амалдардын бардык касиеттери анык сандар үчүн кандай болсо (кошуунун жана көбөйтүүнүн орун алмаштыруу жана топтоштуруу касиети ж.б.), ошондой кылып аныкталат.

Ошондуктан, $a+bi$ комплекстүү сандардын үстүнөн амалдарды, көп мүчөлөр үчүн кандай аткарсак, так ошондой кылып аткара берсек болот жана $i^2=-1$ деп эсептелет.

2-маселе. Амалдарды аткаргыла:

1) $(4-3i)+(-2+7i)$, 3) $(2-i)(1-3i)$;

2) $(8-5i)-(9-4i)$; 4) $\frac{5-14i}{2-3i}$.

Чыгаруу:

1) $(4-3i)+(-2+7i)=4-3i-2+7i=2+4i$;

2) $(8-5i)-(9-4i) = 8-5i-9+4i =-1-i$;

3) $(2+i)(1-3i)=2-6i+i-3i^2=2-5i-3\cdot(-1)=5-5i$;

4) $\frac{5-12i}{2-3i}-\frac{(5-12)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)}=\frac{10+15i-28i-42i^2}{4-3^2i^2}=\frac{52-13i}{13}=\frac{52}{13}-\frac{13\cdot i}{13}=4-i$.

Акыркы мисалдагы тийиндини эсептөөдө бөлчөктүн алымын да, бөлүмүн да $2+3i$ санына көбөйттүк. $\frac{c+di}{a+bi}$ бөлчөгүн эсептегенде, адегенде дайыма алымын да, бөлүмүн да $a-bi$ санына көбөйтүшөт жана бул санды $a+bi$ саны менен *түйүндөш* деп аташат. Себеби түйүндөш сандардын көбөйтүндүсү анык сан болот:

$(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$.

3-маселе. Эсептегиле $\frac{(1+3i)(1-i)}{(1+i)(2+i)}$.

$$\frac{(1+3i)(1-i)}{(1+i)(2+i)}=\frac{1-i+3i-3i^2}{2+i+2i+i^2}=\frac{4+2i}{1+3i}=\frac{(4+2i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\frac{4-12i+2i-6i^2}{1^2+3^2}=\frac{10-10i}{10}=1-i.$$

КӨНҮГҮҮЛӨР

493. (*Оозеки*) Комплекстүү сандардын анык жана мнимый бөлүктөрүн аныктагыла:

1) 6+5i; 3) $\sqrt{2}+\sqrt{3i}$;

2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}i$; 4) $\sqrt[3]{2}-2i$.

494. Комплекстүү сандын анык жана мнимый бөлүктөрү тиешелүү түрдө төмөнкүчө берилсе, аны жазгыла;

1) 3 жана 4; 3) $\sqrt{3}$ жана -2;

2) $\frac{1}{2}$ жана $\frac{3}{4}$; 4) $-\frac{2}{7}$ жана -3.

495. Берилген комплекстүү сандардын кайсылары өз ара барабар экенин көрсөткүлө:

$-0{,}5+\sqrt{4}i$, $3-2i$, $-\frac{1}{2}+2i$, $\sqrt{9}-4i$,

$\sqrt{9}-\sqrt[3]{8}i$, $\sqrt[3]{27}-\sqrt{16}i$, $\sqrt[3]{27}-\sqrt{4}i$.

496. Барабардыктардан x жана y анык сандарын тапкыла:

1) $(x+y)+(x-y)i=8+2i$;
2) $(2x+y)+(x-y)i=18+3i$;
3) $(4x+3y)+(2x-y)i=3-11i$;
4) $(6x+y)+(2y-7x)i=12+5i$.

497. Амалдарды аткаргыла:

1) $(3+i)+(2+3i)$;
2) $(3-5i)+(2+i)$;
3) $(2+3i)-(3+i)$;
4) $(3-5i)-(2+i)$;
5) $(3+5i)(2+3i)$;
6) $(4+7i)(2-i)$.

498. Берилген комплекстүү сандарга түйүндөш санды жазгыла;

1) $1+i$;
2) $2+3i$;
3) $-3+4i$;
4) $-7-5i$;
5) $-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}i$;
6) $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}i$.

499. Эки комплекстүү сандардын тийиндисин тапкыла:

1) $\frac{1+i}{1-i}$;
2) $\frac{3-4i}{2+i}$;
3) $\frac{2+3i}{2-3i}$;
4) $\frac{1+2i}{3-2i}$;
5) $\frac{5-4i}{-3+2i}$;
6) $\frac{-7+2i}{5-4i}$.

§25. Даражадан алынган квадраттык тамыр

Бул жана кийинки эки параграфтарда арифметикалык квадраттык тамырдын касиеттери каралат. Биз кыскача «квадраттык тамыр» же жөн эле «тамыр» деп айтабыз.

$\sqrt{a^2}$ туюнтмасынын $a=3$ жана $a=-3$ болгондогу маанисин эсептейли. Квадраттык тамырдын аныктooосу боюнча $\sqrt{3^2}=3$. $a=-3$ болгондо $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{3^2}=3$ экенин табабыз. 3 саны -3 санына карама-каршы болгондуктан

$$\sqrt{(-3)^2}=-(-3) \text{ же } \sqrt{(-3)^2}=|-3|$$

деп жазса болот.

1-*теорема*. **Каалагандай a саны үчүн**

$$\sqrt{a^2}=|a|$$

барабардыгы туура болот.

Эки учурду карайлы: $a\geq 0$ жана $a<0$.

1) $a\geq 0$ болсо, анда арифметикалык тамырдын аныктоосу боюнча

$$\sqrt{a^2}=a.$$

2) $a<0$ болсо, анда $(-a)>0$, ошондуктан $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=-a$.

Ошентип,

$$\sqrt{a^2}=\begin{cases} a, \text{ эгерде } a\geq 0, \\ -a, \text{ эгерде } a<0. \end{cases}$$

б.а. $\sqrt{a^2}=|a|$.

Мисалы, $\sqrt{(-8)^2}=|-8|=8$.

$\sqrt{a^2}=|a|$ барабардыгы, ага кирген тамганын каалагандай маанисин-де аткарылат деп айткандын ордуна бул барабардык *теңдеш аткарылат* деп айтышат.

Туюнтмага кирген өзгөрмөлөрдүн кабыл алууга мүмкүн болгон бардык маанилеринде аткарылган барабардык – теңдештик деп аталат.

Теңдештикке мисалдар келтирели:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,$$
$$a^2-b^2=(a-b)(a+b).$$

1-маселе. Кыскарткыла: 1) $\sqrt{a^8}$; 2) $\sqrt{a^6}$.

Чыгаруу. 1) $\sqrt{a^8}=\sqrt{(a^4)^2}=|a^4|$. Каалагандай a үчүн $a^4\geq 0$ болгондуктан, $|a^4|=a^4$, ошондуктан $\sqrt{a^8}=a^4$.

2) $\sqrt{a^6}=\sqrt{(a^3)^2}=|a^3|$.

Эгерде $a\geq 0$ болсо, $a^3\geq 0$, ошондуктан $|a^3|=a^3$.

Эгерде $a<0$ болсо, $a^3<0$, ошондуктан $|a^3|=-a^3$.

Демек, бул учурда модулдун белгисин калтыруу керек $\sqrt{a^6}\,\square\,|a^3|$.

2-теорема. Эгерде $a>b>0$ болсо, анда $\sqrt{a}>\sqrt{b}$.

Чындыгында эле, эгерде $\sqrt{a}\leq\sqrt{b}$ десек, анда бул барабарсыздыктын эки жагын тең квадратка көтөрүп, $a\leq b$ экенин жана $a>b$ шартына карама-каршылыкты алабыз.

2-маселе. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

$$\sqrt{(\sqrt{8}-3)^2}.$$

Чыгаруу. $\sqrt{a^2}=|a|$ теңдештигин колдонолу $\sqrt{(\sqrt{8}-3)^2}=|\sqrt{8}-3|$.

8<9 болгондуктан, 2-теорема боюнча $\sqrt{8}<3$ экенин алабыз. Ошондуктан $\sqrt{8}-3<0$ жана $|\sqrt{8}-3|=-(\sqrt{8}-3)=3-\sqrt{8}$.

Жообу: $3-\sqrt{8}$.

3-маселе. Теңдемени чыгаргыла:

$$\sqrt{(x-7)^2}=x-7 .$$

Чыгаруу. $\sqrt{(x-7)^2}=|x-7|$ болгондуктан, алгачкы теңдеме

$$|x-7|=x-7$$

түрүнө келет.

Бул барабардык $x-7 \geq 0$ болгондо гана аткарылат б.а. $x \geq 7$.

Жообу: $x \geq 7$.

4-маселе. Туюнтманы кыскарткыла:

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}}.$$

Чыгаруу. $7-4\sqrt{3}=4-2\cdot 2\sqrt{3}+3=(2-\sqrt{3})^2$ экенин белгилей кетели.

Ошондуктан, $\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=|2-\sqrt{3}|=2-\sqrt{3}$ себеби $2=\sqrt{4}$, $\sqrt{4}>\sqrt{3}$.

КӨНҮГҮҮЛӨР

500. Төмөндөгү барабардыктар туурабы?

1) $\sqrt{5^2}=5$; 3) $\sqrt{(-5)^2}=-5$;

2) $\sqrt{(-5)^2}=5$; 4) $\sqrt{(=5)^2}=|-5|$.

501. $\sqrt{x^2}$ туюнтмасынын маанилерин тапкыла:

1) $x=1$; 2) $x=2$; 3) $x=0$; 4) $x=-2$.

502. Эсептегиле:

1) $\sqrt{3^6}$; 3) $\sqrt{5^4}$; 5) $\sqrt{(-3)^4}$;

2) $\sqrt{2^8}$; 4) $\sqrt{11^4}$; 6) $\sqrt{(-5)^6}$.

503. Кыскарткыла:

1) $\sqrt{n^8}$; 3) $\sqrt{a^{14}}$, a>0;

2) $\sqrt{x^{12}}$; 4) $\sqrt{b^6}$.

504. $\sqrt{x^2-2x+1}$ туюнтмасынын төмөнкү учурлардагы маанилерин тапкыла:

1) $x=5$; 2) $x=1$; 3) $x=0$; 4) $x=-5$.

505. Сандарды салыштыргыла:

1) 4 жана $\sqrt{15}$; 3) $\sqrt{3,26}$ жана 1,8;

2) 2,7 жана $\sqrt{7}$; 4) $\sqrt{18,49}$ жана 4,3.

506. Төмөндөгүлөрдү көрсөткүлө:

1) $4<\sqrt{17}<5$; 3) $3,1<\sqrt{10}<3,2$;

2) $3<\sqrt{10}<4$; 4) $6,1<\sqrt{38}<6,2$.

507. Ортосунда төмөнкү сан кармалган эки бүтүн санды тапкыла:

1) $\sqrt{39}$; 2) $\sqrt{160}$; 3) $\sqrt{0,9}$; 4) $\sqrt{8,7}$.

508. Кыскарткыла:

1) $\sqrt{(4-\sqrt{5})^2}$;

2) $\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$;

3) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$;

4) $\sqrt{(\sqrt{15}-4)^2}$.

509. Туюнтмаларды кыскарткыла:

1) $\sqrt{(x-5)^2}$, эгер $x \geq 5$ болсо;

2) $\sqrt{(a-3)^2}$, эгер $a < -3$ болсо;

3) $\sqrt{1+4x+4^2}$ эгер $x \geq -0,5$ болсо;

4) $\sqrt{(a^2-6ab+9b^2}$ эгер $a < 3b$ болсо.

510. Далилдегиле:

1) $a+5-\sqrt{(a-5)^2}=2a$, эгер $a \leq 5$;

2) $x+y+\sqrt{(x-y)^2}=\begin{cases} 2x, & \text{эгер } x \geq y, \\ 2y, & \text{эгер } x < y. \end{cases}$

511*. Теңдемени чыгаргыла:

1) $\sqrt{(x-2)^2}=x-2$;

2) $\sqrt{(x-2)^2}=2-x$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

512. Туюнтманы эсептегиле:

$\left((x-1)+\frac{1}{1-x}\right)\cdot\frac{x^2-x}{(2-x)^2}$, эгер $x=-2$ болсо.

513. Модуль белгиси жок жазгыла:

1) $|a^2|$;

2) $|a^3|$, эгер $a>0$;

3) $|a^3|$, эгер $a<0$.

514. Төмөнкү эки сандын ортосунда камтылган бир нече сан көрсөткүлө:

1) 10 жана 10,1;

2) –0,001 жана 0;

3) –1001 жана –1000;

4) $\frac{1}{3}$ жана $\frac{2}{3}$.

§ 26. Көбөйтүндүдөн алынган квадраттык тамыр

1-маселе. Туюнтманын маанисин тапкыла:

$$\sqrt{11^2 \cdot 15^2}$$

Чыгаруу. $\sqrt{11^2 \cdot 15^2}=\sqrt{(11 \cdot 15)^2}=11 \cdot 15=165$.

Башка жол менен эсептеп көрөлү:

$$\sqrt{11^2 \cdot 15^2}=\sqrt{11^2} \cdot \sqrt{15^2}=11 \cdot 15=165.$$

Теорема. **Эгерде $a \geq 0$, $b \geq 0$ болсо, анда**

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$$

б. а. терс эмес көбөйтүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүнөн алынган тамыр ушул эле көбөйтүүчүлөрдүн тамырларынын көбөйтүндүсүнө барабар.

Далилдөө: $a \geq 0$ жана $b \geq 0$ болсун. Анда $\sqrt{ab}$ жана $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ туюнтмаларынын ар бири мааниге ээ.

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ көбөйтүндүсү *ab* дан алынган арифметикалык тамыр экенин далилдөө үчүн төмөнкү эки шарт аткарылаарын көрсөтөлү:

1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$ жана 2) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$.

Квадраттык тамырдын аныктамасы боюнча $\sqrt{a} \geq 0$, $\sqrt{b} \geq 0$ ошондуктан $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ көбөйтүндүсүн квадратка көтөрөлү:

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab.$$

Биз 1) жана 2) шарттары, аткарылаарын көргөздүк. Демек, арифметикалык квадраттык тамырдын аныктамасы боюнча $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ барабардыгы туура аткарылат.

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ барабардыгы, *a* жана *b* нын бардык мүмкүн болгон, маанилеринде аткарылгандыктан, теңдештик болот.Чындыгында теорема далилденди.

Мисалы, $\sqrt{1764} = \sqrt{36 \cdot 49} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{49} = 6 \cdot 7 = 42$.

Далилденген теорема боюнча *тамырларды көбөйтүүдө* тамырлардын ичиндеги туюнтмаларды көбөйтүп, келип чыккан жыйынтыктан тамыр чыгарса болот: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

Мисалы, $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = 6$.

Теорема терс эмес көбөйтүүчүлөрдүн каалагандай саны үчүн да туура болоорун белгилей кетели.

Мисалы, эгерде $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$ болсо, анда $\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$.

2-маселе. Эсептегиле: $\sqrt{54 \cdot 24}$.

Чыгаруу.

$$\sqrt{54 \cdot 24} = \sqrt{9 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4} = \sqrt{9 \cdot 36 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36.$$

$\sqrt{a^2 b}$ туюнтмасы берилсин дейли. Эгерде $a \geq 0$, $b \geq 0$ болсо, анда көбөйтүндүдөн алынган тамыр жөнүндөгү теорема боюнча:

$$\sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{b}.$$

Мындай өзгөртүү – *көбөйтүүчүнү тамыр белгисинин сыртына чыгаруу* деп аталат.

3-маселе. Эсептегиле: $\sqrt{32}\sqrt{2}$.

Чыгаруу. Көбөйтүүчүнү тамыр белгисинен чыгаралы:

$$\sqrt{32}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{16\cdot 2}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{4^2\cdot 2}\cdot\sqrt{2}=4\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=4\cdot\sqrt{4}=4\cdot 2=8.$$

4-маселе. Туюнтманы кыскарткыла:

$$2\sqrt{27}+\sqrt{12}$$

Чыгаруу. $2\sqrt{27}+\sqrt{12}=2\sqrt{9\cdot 3}+\sqrt{4\cdot 3}=6\sqrt{3}+2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

$6\sqrt{2}$, $2\sqrt{3}$ сыяктуу эле туюнтмалар окшош радикалдар деп аталат.

Кээ бир учурларда *көбөйтүүчүнү тамыр белгисинин ичине киргизүү* б. а. $a\geq 0$, $b\geq 0$ үчүн

$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$, өзгөртүүсүн аткаруу пайдалуу.

5-маселе. Туюнтманы кыскарткыла.

$$3a\sqrt{\frac{b}{a}}-2b\sqrt{\frac{a}{b}}\text{, мында } a>0,\ b>0,$$

a жана b көбөйтүүчүлөрүн тамырдын ичине киргизели:

$$3a\sqrt{\frac{b}{a}}-2b\sqrt{\frac{a}{b}}=3\sqrt{a^2\cdot\frac{b}{a}}-2\sqrt{b^2\cdot\frac{a}{b}}=3\sqrt{ab}-2\sqrt{ab}=\sqrt{ab}.$$

КӨНҮГҮҮЛӨР

515. Эсептегиле:

1) $\sqrt{49\cdot 25}$;
2) $\sqrt{0,01\cdot 169}$;
3) $\sqrt{625\cdot 9\cdot 36}$;
4) $\sqrt{256\cdot 0,25\cdot 81}$.

516. Эсептегиле:

1) $\sqrt{49\cdot 25}$;
2) $\sqrt{0,01\cdot 169}$;
3) $\sqrt{625\cdot 9\cdot 36}$;
4) $\sqrt{256\cdot 0,25\cdot 81}$.

517. Тамыр ичиндеги туюнтмаларды көбөйтүүчүлөргө ажыратып эсептегиле:

1) $\sqrt{3136}$;
2) $\sqrt{6084}$;
3) $\sqrt{4356}$;
4) $\sqrt{1764}$.

Эсептегиле (518—521):

518. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}$;
2) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{90}$
3) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{21}$;
4) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{22}\cdot\sqrt{11}$;
5) $\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{3}$
5) $\sqrt{\frac{2}{5}}\cdot\sqrt{\frac{5}{7}}\cdot\sqrt{\frac{7}{8}}$;

519. 1) $\sqrt{113^2-112^2}$; 3) $\sqrt{65^2-63^2}$.

2) $\sqrt{82^2-18^2}$; 4) $\sqrt{313^2-312^2}$;

520. 1) $\sqrt{5^4\cdot 3^2}$; 3) $\sqrt{(-5)^6\cdot(0,1)^2}$.

2) $\sqrt{7^4\cdot 2^6}$; 4) $\sqrt{12^2\cdot 3^4}$;

521. 1) $(\sqrt{8}+\sqrt{2})^2$; 3) $(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{7}-\sqrt{6})$.

2) $(\sqrt{7}-\sqrt{28})^2$; 4) $(5\sqrt{2}+2\sqrt{5})(5\sqrt{2}-2\sqrt{5})$;

Тамыр белгисинен көбөйтүүчүнү чыгаргыла (тамга менен оң сандар белгиленген (522—523):

522. 1) $\sqrt{16x}$ 2) $\sqrt{2x^2}$ 3) $\sqrt{5a^4}$; 4) $\sqrt{3a^6}$;

523. 1) $\sqrt{8y}$; 2) $\sqrt{75a^2}$ 3) $\sqrt{7m^8}$; 4) $\sqrt{50a^3}$;.

524. Туюнтманы кыскарткыла:

1) $3\sqrt{20}-\sqrt{5}$; 4) $2\sqrt{20}-2\sqrt{45}+\frac{1}{4}\sqrt{16}$.

2) $\frac{1}{3}\sqrt{18}+2\sqrt{2}$; 5) $5\sqrt{8}+\frac{1}{2}\sqrt{2}-2\sqrt{18}$;

3) $2\sqrt{27}-\sqrt{12}$; 6) $3\sqrt{48}-\sqrt{75}+\frac{1}{7}\sqrt{147}$;

525. Көбөйтүүчүнү тамыр белгисинин ичине киргизгиле:

1) $2\sqrt{2}$; 3) $2\sqrt{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}\sqrt{28}$.

2) $3\sqrt{3}$; 4) $10\sqrt{0,003}$;

526. Көбөйтүүчүнү тамыр белгисинин ичине киргизгиле (тамга менен оң сандар белгиленген):

1) $a\sqrt{a}$; 2) $a\sqrt{2}$; 3) $a\sqrt{\frac{1}{a}}$; 4) $\frac{1}{x^2}\sqrt{3x^5}$.

527. Салыштыргыла:

1) $2\sqrt{3}$ жана $3\sqrt{2}$; 3) $4\sqrt{8}$ жана $2\sqrt{18}$;

2) $2\sqrt{40}$ жана $4\sqrt{10}$; 4) $2\sqrt{45}$ жана $4\sqrt{20}$;

528. Кыскарткыла:

1) $b\sqrt{\frac{a}{b}}+a\sqrt{\frac{b}{a}},\ \ a>0,\ \ b>0$; 2) $\frac{2}{3}\sqrt{9x^3}+6x\sqrt{\frac{x}{4}}-x^2\sqrt{\frac{1}{x}},\ \ x>0$.

529. Эсептегиле:

1) $(\sqrt{5}-\sqrt{45})^2-(\sqrt{13}+\sqrt{11})(\sqrt{11}-\sqrt{13})$;

2) $(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{7}+\sqrt{11})-(\sqrt{12}-\sqrt{3})^2$.

530. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{1}{2}\sqrt{128}+3\sqrt{2}+2\sqrt{72}$; 3) $-\frac{2}{3}\sqrt{27}+\frac{1}{5}\sqrt{300}+5\sqrt{3}$;

2) $3\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{80}$; 4) $2\sqrt{8}+0{,}5\sqrt{32}-\frac{1}{3}\sqrt{18}$.

531. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө (тамгалар менен оң сандар белгиленген):

1) $\frac{1}{3}\sqrt{9x^5}+\frac{1}{2}\sqrt{4x^3}-x\sqrt{x}+x\sqrt{x^3}$;

2) $3\sqrt{0{,}04a^3b^3}-2\sqrt{0{,}25a^3b^5}+4b\sqrt{\frac{1}{16}a^3b^3}$.

532. Берилген үлгү боюнча көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла ($a\geq0$, $b\geq0$) $9-a=(3-\sqrt{a})(3+\sqrt{a})$:

1) $25-a$; 2) $b-16$; 3) $0{,}01-a$; 4) $b-\frac{9}{49}$.

533. Бөлчөктү кыскарткыла ($a\geq0$, $b\geq0$):

1) $\frac{25-a}{5+\sqrt{a}}$; 2) $\frac{b-16}{4+\sqrt{b}}$; 3) $\frac{0{,}49-a}{\sqrt{a}+0{,}7}$; 4) $\frac{0{,}81-b}{0{,}9+\sqrt{b}}$;

534*. Барабарсыздыкты далилдегиле:

$\sqrt{2a+2\sqrt{a^2-b}}=\sqrt{a+\sqrt{b}}+\sqrt{a-\sqrt{b}}$, мында $a\geq\sqrt{b}$, $b\geq0$

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

535. $y=x^2$ функциясынын графиги төмөнкү түз сызыктарды кесип өтөбү:

1) $y=-9$; 2) $y=0$; 3) $y=25$; 4) $y=36$.

Эгерде кесип өтсө, анда кесилишүү чекитинин координаталарын тапкыла.

536. Бөлчөктү кыскарткыла:

1) $\frac{a^2-6a+9}{9-a^2}$; 2) $\frac{4x^2+9y^2-12xy}{9y^2-4x^2}$.

537. Эгер $x=7; 10; 0; -3; -8$ болсо, $x+|x|$ туюнтмасынын маанисин тапкыла. $x+|x|$ туюнтмасын: 1) $x\geq0$; 2) $x<0$ болгондо жөнөкөйлөткүлө.

§27. Бөлчөктөр алынгын квадраттык тамыр

1-маселе. $\sqrt{\frac{49}{121}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{121}}$, экенин көрсөтөлү:

Чыгаруу. $\sqrt{\frac{49}{121}}=\sqrt{(\frac{7}{11})^2}=\frac{7}{11}, \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{11}}=\frac{7}{11}$

Теорема. **Эгерде $a \geq 0$, $b > 0$ болсо, анда $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, б.а. терс эмес сандын оң санга бөлгөндөгү тийиндинин тамыры, бул сандардын тамырларынын тийиндисине барабар.**

Далилдөө. 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\square 0$ жана 2) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$ экенин далилдөө керек.

$\sqrt{a} \geq 0$ жана $\sqrt{b} > 0$ болгондуктан $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$. тийиндисин квадратка көтөрөлү:

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}.$$

Чындыгында теорема далилденди.

Мисалы, $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$.

Далилденген теорема боюнча *тамырларды* бөлүүнү аткарууда, тамырлардын ичиндеги туюнтмаларды бөлүп, келип чыккан жыйынтыктан тамыр чыгарса болот: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

Мисалы, $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{72}{2}} = \sqrt{36} = 6$.

Кээ бир маселелерде *бөлчөктүн бөлүмүн иррационалдык туюнтмалардан куткаруу пайдалуу болот.*

$\frac{a}{\sqrt{b}}$, b>0 туюнтмасы берилсин. Бөлчөктүн бөлүмүн да алымын да $\sqrt{b}$ га көбөйтөлү

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}.$$

Мисалы: $\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2-маселе. Бөлчөктүн бөлүмүн иррационалдыктан чыгаргыла.

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}.$$

Чыгаруу. Эгерде $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ айырмасы $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ суммасына көбөйтсөк, анда тамырларды камтыбаган туюнтма келип чыгат. Ошондуктан

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{5-3} = \frac{5+2\sqrt{15}+3}{2} = 4 + \sqrt{15}.$$

3-маселе. Эки a жана b оң сандарынын арифметикалык орто саны, ушул эле сандардын геометриялык орто санынан кичине эмес б.а.

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, \qquad (1)$$

экенин далилдегиле.

$\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}\geq 0$ экенин далилдөө талап кылынууда. Бул барабарсыздыктын сол жагын өзгөртүп түзөлү:

$$\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}=\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}\geq 0.$$

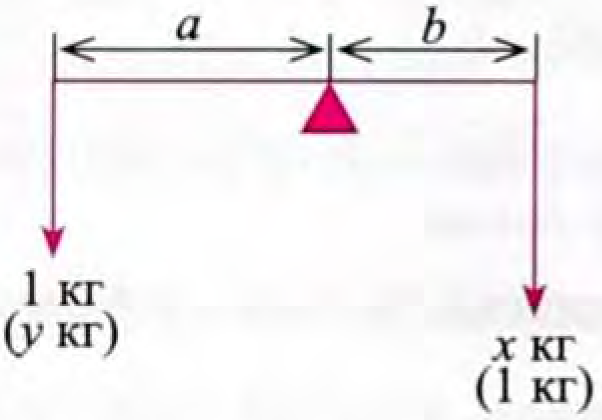
(1) катнашындагы барабардык $a=b$ болгон учурда гана орун алаарын белгилей кетели.

4-маселе. Сатуучу, алманы рычагдуу таразада тартат. Сатып алуучу 1 кг алма сатып алды жана сатуучудан таразанын ташы (гиря) менен алманын орун алмаштырып тартып берүүсүн суранып дагы 1 кг алма алды. Эгерде тараза туура эмес болсо, кимиси зыян тартты?

Таразанын ийиндери a жана b болсун (28-сүрөт).

Биринчи жолу тартканда сатып алуучу x килограмм алма алды. Физика курсунан $x\cdot b=1\cdot a$ экени белгилүү, мындан $x=\frac{a}{b}$.

Экинчи жолу тартканда сатып алуучу y кг алма алды. Тең салмактуулук шартынан $y\cdot a=1\cdot b$ экенин, мындан $y=\frac{b}{a}$ ны алабыз.



28-сүрөт.

Ошентип, $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}$ килограмм алма сатып алынды. $\frac{a}{b}$ жана $\frac{b}{a}$ сандары үчүн арифметикалык жана геометриялык орто сандар жөнүндө барабарсыздыкты колдонолу:

$$\frac{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}{2}\geq\sqrt{\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}},$$

мындан $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$.

Жообу: Сатуучу зыян тартты.

КӨНҮГҮҮЛӨР

Эсептегиле (538—541):

538. 1) $\sqrt{\frac{9}{100}}$ 3) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$

2) $\sqrt{\frac{100}{49}}$; 4) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$;

539. 1) $\sqrt{\frac{4}{9}}+\sqrt{\frac{1}{9}}$; 3) $\sqrt{\frac{25}{64}}+\sqrt{\frac{49}{144}}$.

2) $5\sqrt{\frac{1}{25}}-3\sqrt{\frac{1}{9}}$;
4) $\sqrt{\frac{16}{18}}-\sqrt{\frac{169}{225}}$.

540. 1) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$;
3) $\frac{4\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$;
2) $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{8}}$;
4) $\frac{20\sqrt{18}}{5\sqrt{2}}$.

541. 1) $\sqrt{\frac{64\cdot 49}{196\cdot 324}}$;
3) $\sqrt{\frac{9}{16}\cdot\frac{4}{18}\cdot\frac{36}{169}}$;
2) $\sqrt{5\frac{4}{9}\cdot 5\frac{5}{4}}$;
4) $\sqrt{\frac{9}{16}\cdot 5^2}$.

542. Бөлчөктөрдүн бөлүмүн иррационалдуулуктан куткаргыла:

1) $\frac{3}{\sqrt{5}}$; 3) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$; 5) $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$; 7) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$;
2) $\frac{2}{\sqrt{6}}$; 4) $\frac{1}{3+\sqrt{2}}$; 6) $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$; 8) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{8}}{\sqrt{10}-\sqrt{8}}$.

543. Микрокалькулятор менен төмөндө берилген сандардын арифметикалык орто саны менен геометриялык орто санынын айырмасын 0,01 тактыкта эсептегиле:

1) 17 жана 39; 3) 134,2 жана 243,1;
2) 71 жана 86; 4) 150,3 жана 210,4.

544. Биринчи квадраттын аянты 72 см^2, экинчи квадраттын аянты 2 см^2. Биринчи квадраттын жагы экинчи квадраттын жагынан канча эсе чоң?

545. Тамыр чыгаргыла:

1) $\sqrt{\frac{25a^6}{49}}$; 2) $\sqrt{\frac{121x^4}{64}}$; 3) $\sqrt{\frac{1}{4a^2}}$, эгер $a>0$; 4) $\sqrt{\frac{400}{a^2}}$, эгер $a<0$.

546. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

1) $(x-3)\sqrt{\frac{1}{x^2-6x+9}}$, эгер: а) $x>3$; б) $x<3$;
2) $(2-x)\sqrt{\frac{1}{x^2-4x+4}}$, эгер: а) $x>2$; б) $x<2$.

547. Эсептегиле:

1) $\frac{2}{\sqrt{1}-3}-\frac{7}{\sqrt{1}-2}$;
3) $\frac{3}{\sqrt{7}-2}-\frac{2}{\sqrt{7}+3}-2\sqrt{7}$;
2) $\frac{3}{3+\sqrt{6}}+\frac{2}{2+\sqrt{6}}$;
4) $\frac{1}{3-\sqrt{5}}+\frac{1}{2-\sqrt{5}}+\frac{3\sqrt{5}}{4}$.

548. Арифметикалык орто сан жана геометриялык орто сан жөнүндө барабарсыздыкты колдонуп, каалагандай эки оң, a жана b сандары үчүн

$$\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\geq 2$$

барабарсыздыгы аткарылаарын далилдегиле.

549. Туюнтмаларды кыскарткыла:

1) $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\sqrt{b}$; 2) $2(\sqrt{x}+\sqrt{y})-\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$.

550*. Каалагандай эки оң сан, a жана b үчүн, төмөнкү барабарсыздыктар туура экенин далилдегиле:

1) $\sqrt{ab}\geq\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$; 2) $\sqrt{\frac{a^2}{b}}+\sqrt{\frac{b^2}{a}}\geq\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

551. Теңдемени чыгаргыла:

1) $\frac{x}{5}-\frac{x+14}{6}=\frac{x}{10}-11$; 2) $\frac{x-1}{3}+\frac{2x+1}{5}=\frac{3x-1}{4}$.

552. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{1-10a+25a^2}{5a-1}$; 2) $\frac{1-6x+9x^2}{3x-1}$.

553. Модулдун аныктамасын колдонуп $x\cdot|x|$ туюнтмасын төмөнкү учурларда кыскарткыла:

1) $x\geq0$; 2) $x<0$.

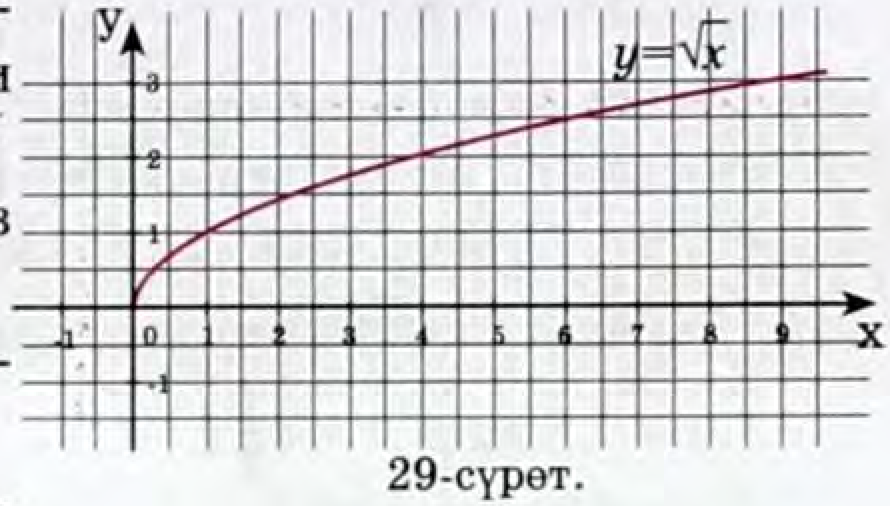
§ 28. $y=\sqrt{x}$ функциясы, анын касиеттери жана графиги

Тескери функция жөнүндө түшүнүк. Эгер берилген $y=f(x)$ функциясындагы x өзгөрмөсү у өзгөрмөсү аркылуу туюнтулса, анда пайда болгон $x=\varphi(y)$ функциясы $y=f(x)$ функциясына тескери функция болот. Бирок, x тамгасы менен аргументти ал эми y аркылуу функцияны белгилөө көнүмүш болгондуктан φ тамгасы менен белгиленген функциялык көз карандылыкты $y=\varphi(x)$ түрүндө жазууга болот. Ошентип, $y=f(x)$ функциясына тескери болгон $x=\varphi(y)$ функциясын чыгаруу үчүн $f(x)=y$ теңдемесин x ке карата чыгаруу керек. Мисалы, $y=ax+b$ $(a\neq0)$ функциясына $x=\frac{y-b}{a}$ тескери функция.

Биз $y=x^2$ функциясын жана анын графигин окуп үйрөнгөнбүз. Бул функцияга тескери $y=\sqrt{x}$ функциясын карайлы. Графигин түзүш үчүн, анын маанилеринин таблицасын келтирели:

x	0	1/9	1/4	1	4	9
y	0	1/3	1/2	1	2	3

Таблицада берилген чекиттерди тургузуп жана аларды ийри сызык менен туташтырып, $y=\sqrt{x}$ функциясынын графигин алабыз (29-сүрөт).



29-сүрөт.

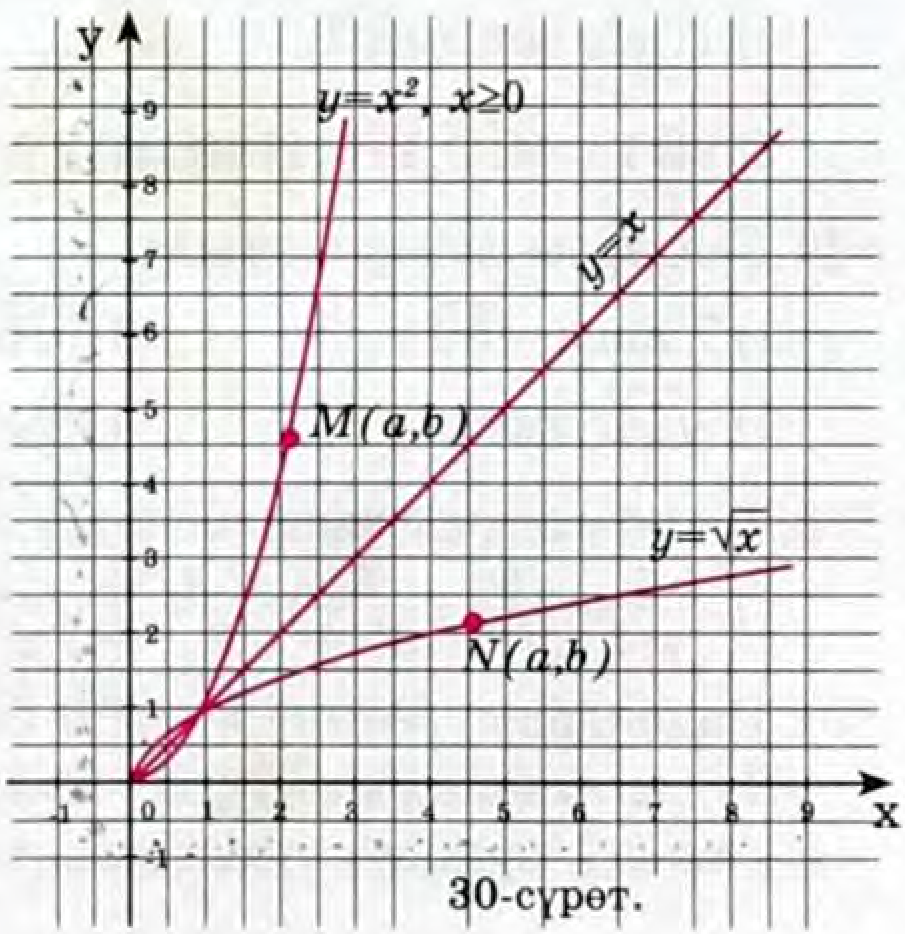
$y=\sqrt{x}$ функциясынын касиеттерин карайлы:

1) $y=\sqrt{x}$ функциясы терс эмес сандардын көптүгүндө аныкталган жана терс эмес маанилерди кабыл алат, x=0 болсо, y=0, б. а. график биринчи координата чейрегинде жайланышкан.

2) $y=\sqrt{x}$ функциясынын графиги $y=x^2$, $x\geq 0$ функциясынын графигине, $y=x$ түз сызыгына карата салыштырмалуу, симметриялуу болгон жарым парабола болот.

3) x аргументинин аныкталуу областындагы чоӊ маанисине функциянын чоӊ мааниси дал келет; график жогору кетет. Мисалы, $\sqrt{2{,}6}>\sqrt{1{,}5}$; $\sqrt{6}>\sqrt{3}$.

$M(a; b)$ чекити $y=x^2$, $x\geq 0$ функциясынын графигинде жатсын. Анда $b^2=a$ барабардыгы туура. Шарт боюнча a – терс эмес сан, ошндуктан $a=\sqrt{b}$. Демек, $N(b; a)$ чекитинин координаталарын $y=\sqrt{x}$ формуласына койсок, анда барабардык аткарылат, б. а. $N(b; a)$ чекити $y=\sqrt{x}$ функциясынын графигинде жатат. Тескерисинче да туура болот: эгерде кандайдыр бир чекит экинчи графикте жатса, анда координаталары ушул эле сандар болгон, бирок орундары алмаштырылган чекит биринчи графикте жатат (30-сүрөт).



30-сүрөт.

Ошентип, $y=x^2$, $x\geq 0$ функциясынын графигинин ар бир $M(a; b)$ чекитине, $y=\sqrt{x}$ функциясынын графигинин $N(b; a)$ чекити дал келет жана тескерисинче да бул ырастоо туура болот. $M(a; b)$ жана $N(b; a)$ чекиттери $y=x$ түз сызыгына карата симметриялуу болгондуктан, графиктердин өздөрү да бул түз сызыкка карата симметриялуу.

КӨНҮГҮҮЛӨР

554. $y=\sqrt{x}$ функциясынын графигин түзбөстөн, төмөнкү чекиттердин кайсынысы ага жатаарын аныктагыла:
$A(6;2)$, $B(1;1)$, $C(144;12)$, $D(15;5)$, $E(9;-3)$.

555. (*Оозеки*) $y=\sqrt{x}$ функциясынын маанилерин салыштыргыла:

1) $x = 2{,}5$ жана $x=3\frac{1}{3}$;
2) $x = 0{,}4$ жана $x=0{,}3$;
3) $x = 0{,}2$ жана $x = 0{,}1$;
4) $x = 4{,}1$ жана $x = 5{,}2$.

556. А чекити $y=\sqrt{x}$ жарым параболасы менен төмөнкү түз сызыктардын кесилишүү чекити боло алабы:
1) $y = x-6$, $A(9;3)$;
2) $y=\frac{1}{5}(x+6)$, $A(4;2)$.

557. Бир координата тегиздигинде $y=\sqrt{x}$ жарым параболасынын жана $y=x$ түз сызыгынын графигин түзгүлө. x тин кандай маанилеринде жарым параболанын чекиттери түз сызыктан: 1) жогору жатат? 2) төмөн жатат?

558. x тин кандай маанилеринде $y=\sqrt{x}$ функциясынын мааниси:

1) 2ден чоң?
2) 11ден чоң эмес?
3) 5тен кичине?
4) 6дан кичине?

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

559. Сандарды салыштыргыла:

1) 7 жана $\sqrt{50}$;
2) $\sqrt{11}$ жана 3;
3) $\sqrt{6}$ жана 2,4;
4) 2,1 жана $\sqrt{4{,}21}$.

560. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:
1) $\left(\frac{5}{a+1}-\frac{3}{a-1}+\frac{6}{a^2-1}\right)\cdot\frac{a+1}{2}$; 2) $\left(\frac{x+5}{x^2-5x}-\frac{x}{x^2-25}\right)\cdot\frac{x-25}{5}$.

561. Цилиндрдин көлөмү $V=\pi R^2H$ формуласы менен эсептелет, мында R – негизинин радиусу, H – цилиндрдин бийиктиги. R өзгөрмөсүн V жана H аркылуу туюнткула.

IV ГЛАВАНЫ КАЙТАЛОО ҮЧҮН СУРООЛОР

1. *Кандай сандар рационалдык сандардын көптүгүн түзөт? Мисалдар келтиргиле.*
2. *Кандай сандарды иррационалдык сандар деп атайбыз? Мисалдар келтиргиле.*
3. *Кандай сандар анык сандардын көптүгүн түзөт?*

4. *Арифметикалык тамырдын аныктамасы кандай? S тин кандай маанилеринде $\sqrt{S}$ туюнтмасы мааниге ээ?*
5. *$x^2=S$ теңдемеси: а) $S>0$; б) $S=0$; с) $S<0$ болгондо чыгарылышы барбы, эгерде болсо канча?*
6. *$y=\sqrt{x}$ функциясынын аныкталуу областы кандай? Координаталык тегиздикте бул функциянын графиги кандай жайланышкан?*

IV ГЛАВАГА КӨНҮГҮҮЛӨР

562. Эсептегиле:

1) $(\sqrt{3})^2$; 2) $(\sqrt{0,1})^2$; 1) $(\sqrt{\frac{5}{12}})^2$; 2) $\sqrt{(3\frac{1}{3})^2}$;

563. Кайсынысы чоң:

1) $\sqrt{17}$ же $\sqrt{82}$; 3) 3 же $\sqrt{10}$;

2) $\sqrt{0,2}$ же $\sqrt{0,3}$; 4) 5 же $\sqrt{24}$.

Эсептегиле (564–567):

564. 1) $\sqrt{21\cdot 6\cdot 7\cdot 8}$; 3) $\sqrt{225\cdot 0.16\cdot 400}$;

2) $\sqrt{72\cdot 6\cdot 45\cdot 15}$; 4) $\sqrt{900\cdot 25\cdot 1,69}$;

565. 1) $\sqrt{7}\cdot\sqrt{63}$; 3) $\sqrt{75}\cdot\sqrt{3}$.

2) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{98}$; 4) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{40}$;

566. 1) $\frac{4\sqrt{72}}{3\sqrt{8}}$; 3) $\frac{2\sqrt{45}}{\sqrt{80}}$.

2) $\frac{2\sqrt{63}}{\sqrt{28}}$; 4) $\frac{4\sqrt{99}}{9\sqrt{44}}$;

567. 1) $\sqrt{2^8}$; 3) $\sqrt{5^4}$; 5) $\sqrt{(-3)^6}$;

2) $\sqrt{3^6}$; 4) $\sqrt{6^6}$; 6) $\sqrt{(-7)^4}$.

568. Кыскарткыла:

1) $3\sqrt{20}+\sqrt{28}+\sqrt{45}-\sqrt{63}$; 4) $(7\sqrt{8}-14\sqrt{18}+0,7\sqrt{12}):(7\sqrt{2})$

2) $(2\sqrt{\frac{2}{3}}-8\sqrt{\frac{3}{8}}+3\sqrt{\frac{3}{2}})\cdot 3\sqrt{\frac{3}{2}}$; 5) $\frac{5}{1+\sqrt{6}}+\frac{6}{3+\sqrt{6}}$;

3) $\frac{6}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; 6) $(6\sqrt{45}-3\sqrt{20}+9\sqrt{80}):(3\sqrt{5})$;

569. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{5a^2-35}{a-\sqrt{7}}$; 3) $\frac{5x-5\sqrt{3}}{3-x^2}$. 5) $\frac{\sqrt{15}-5}{\sqrt{6}-\sqrt{10}}$;

2) $\frac{x^3-3x}{x+\sqrt{3}}$; 4) $\frac{4\sqrt{a}+\sqrt{b}}{b-16a}$; 6) $\frac{9-2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{2}}$;

570. Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $\sqrt{x-1}=4$; 3) $\sqrt{2(x-1)}=2$.

2) $\sqrt{x+9}=5$; 4) $\sqrt{2x-7}=1$;

571. x тин кандай маанилеринде барабардык аткарылат:

1) $|x-2|=x-2$; 3) $\sqrt{(x+3)^2}=x-3$.

2) $|3-x|=x-3$; 4) $\sqrt{(5-2x)^2}=2x-5$;

572. Туюнтмаларды кыскарткыла:

1) $y=\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-6x+9}$,

эгер: а) $x<1$; б) $1\le x\le 3$; в) $x>3$;

2) $y=\sqrt{a^2-4a+4}+\sqrt{a^2-10a+25}$.

эгер: а) $a<2$; б) $2\le a\le 5$; в) $a>5$.

573. $2x^2-5ax+2a^2$ туюнтмасынын $x=\sqrt{6}+\sqrt{5}$ жана $a=\sqrt{6}-\sqrt{5}$ болгондогу маанисин тапкыла.

574. Туюнтмаларды кыскарткыла:

1) $(\sqrt{ab}-\frac{ab}{a+\sqrt{ab}}):\frac{a^2b}{a-b}$; 3) $(\frac{c-\sqrt{d}}{c+\sqrt{d}}-\frac{c+\sqrt{d}}{c-\sqrt{d}}):\frac{2c\sqrt{d}}{c+\sqrt{d}}$;

2) $(\frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}+\frac{a-\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}})\cdot\frac{a-\sqrt{b}}{a^2+b}$; 4) $(2+\sqrt{b})(\frac{2}{\sqrt{b}+2}-\frac{2}{2-\sqrt{b}}+\frac{2b}{4-b})$.

575. Эки сандын суммасы $\sqrt{14}$ кө жана алардын айырмасы $\sqrt{10}$ го барабар. Бул сандардын көбөйтүндүсү 1ге барабар экенин далилдегиле.

576. Кыскарткыла:

1) $\sqrt{xy}\cdot(\frac{x}{y}\sqrt{xy}-2\sqrt{\frac{x}{y}}-\sqrt{\frac{1}{xy}})$, эгер $x>0$, $y>0$;

2) $(\frac{a}{b}\sqrt{\frac{1}{ab}}-\frac{1}{b}\sqrt{\frac{a}{b}}-b\sqrt{\frac{b}{a}}):\sqrt{ab}$, эгер $a>0$, $b>0$.

577. Бөлчөктүн бөлүмүн иррационалдуулуктан куткаргыла:

1) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; 3) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$;

2) $\frac{2}{\sqrt{11}-\sqrt{3}}$; 4) $\frac{5-4\sqrt{3}}{5\sqrt{3}-9}$.

578. Эгерде $a>0$, $b>0$ болсо, анда $a\square\sqrt{ab}+b\geq\sqrt{ab}$ экенин далилдегиле.

579*. Эгерде $a>0$, $b>0$ болсо, анда $(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})\geq 4$ экенин далилдегиле.

580*. Каалагандай a жана b сандары үчүн $\frac{a+b}{2}\leq\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ барабарсыздыгы туура экенин далилдегиле.

ТУУРА ЖООБУН ТАПКЫЛА (ТЕСТ):

1. Сандарды салыштырып жазгыла: $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$ жана 4.

а) $2\sqrt{3}<4<3\sqrt{2}$; б) $4<2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$; в) $3\sqrt{2}<4<2\sqrt{3}$.

2. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө: $3\sqrt{8}+\sqrt{2}-3\sqrt{18}$.

а) $3\sqrt{2}$; б) $2\sqrt{2}$; в) $-2\sqrt{2}$.

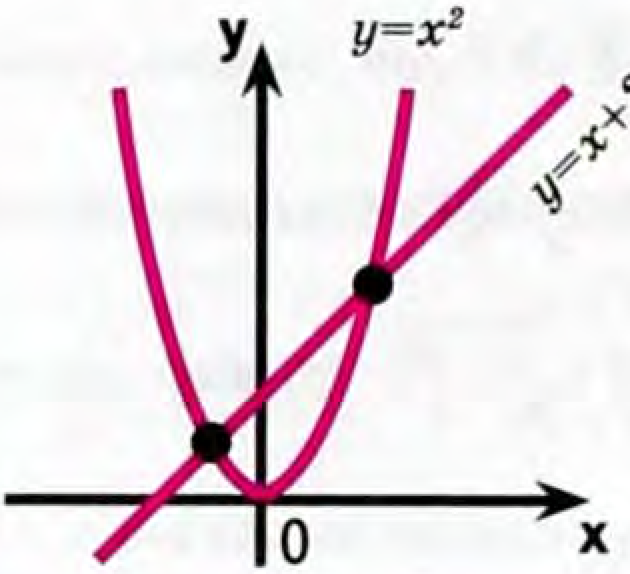
3. Бөлчөктөрдүн бөлүмүн иррационалдуулуктан куткаргыла:

$\frac{1}{2+\sqrt{3}}$.

а) $2+\sqrt{3}$; б) $2-\sqrt{3}$; в) $2+2\sqrt{3}$.

4. x тин кандай маанилеринде $y=\sqrt{x}$ функциясынын мааниси бирден кичине?

а) $x>1$; б) $0<x<1$; в) $x>0$.



V глава

КВАДРАТТЫК ТEҢДЕМЕЛЕР

§ 29. Квадраттык теңдеме

$ax+b=0$ түрүндөгү туюнтманы биринчи даражалуу же сызыктуу теңдеме деп атаганбыз. Ал эми теңдеменин даражасы x өзгөрмөсүнүн көрсөткүчү боюнча айтылаары бизге белгилүү. Мисалы, $3x^3+2x^2+4x=0$ үчүнчү, $y^4-5y+y^3-3=0$ төртүнчү даражадагы теңдемелер деп айтылат. Теңдемелерди жазуунун өзгөчө түрү, стандарттык түрүн билүү зарыл. Алсак, $3x^3-x^2+4x+2=0$, $y^4+y^3-5y-3=0$ өзгөрмөнүн даражасы кемүү иретинде жазылганын байкоого болот. $2x^2+3x+5=0$ түрүндөгү теңдеме экинчи даражалуу. Эгер x^2 тын коэффициенти a, x тин коэффициентин b, ал эми бош мүчөнү c деп белгилесек, анда $ax^2+bx+c=0$ түрүндөгү туюнтманы алабыз.

Аныктама:

$$ax^2+bx+c=0 \qquad (1)$$

түрүндөгү теңдеме *квадраттык теңдеме* деп аталат. Мында $a\neq0$, a, b, c ар кандай анык сандар, x өзгөрмө. Мисалы, 1) $3x^2+4x+5=0$ мында $a=3$, $b=4$, $c=5$. 2) $-12x^2+8x-7=0$ мында $a=-12$, $b=8$, $c=-7$. 3) $-x^2-\frac{1}{2}=0$ мында $a=-1$, $b=0$, $c=-\frac{1}{2}$. Эгер $a<0$ (жогоруда $a=-12$, $a=-1$) болсо, анда теңдеменин ар бир мүчөсүн (-1)ге көбөйтүп, $a>0$ болгон түргө келтирип алуу оңтойлуу. Жогорку мисалда $-12x^2+8x-7=0$ теңдеменин ар бир мүчөсүн (-1)ге көбөйтсөк: $12x^2+8x-7=0$ түрүнө келет. Демек, (1) теңдемеде $a>0$, б. а. a оң сан болушу зарыл.

$ax^2+bx+c=0$ квадраттык теңдемедеги b жана с сандарынын жок дегенде бири нөлгө барабар болуп калышы мүмкүн. Анда: $b=0$, $ax^2+c=0$; же $c=0$, $ax^2+bx=0$; же $b=0$, $c=0$, $ax^2=0$ теңдемелер *толук эмес квадраттык* теңдемелер деп аталат.

$ax^2=0$ теңдемесинин чыгарылышы 0 экендиги көрүнүп турат. $ax^2+bx=0$ теңдемени чыгаруу үчүн $x(ax+b)=0$ деп өзгөртүп алып, $x=0$ же $ax+b=0$, $ax=-b$, $x_2=-\frac{b}{a}$ эки тамырды алууга болот. Ошентип, 0 жана

$-\frac{b}{a}$ сандары $ax^2+bx=0$ теңдемесинин тамырлары.

1-мисал. $6x^2+11x=0$ теңдемесин чыгаралы.

Чыгаруу. Теңдеменин сол жагын көбөйтүүчүлөргө ажыратабыз: $x(6x+11)=0$, $x_1=0$ же $6x+11=0$ болот. $6x+11=0$ теңдемеден $6x=-11$, $x=-\frac{11}{6}$

Жообу: 0; $-\frac{11}{6}$.

Эми $ax^2+c=0$ теңдемесин чыгаралы. $ax^2=-c$ мындан, $x^2=-\frac{c}{a}$.

Анда $x_1=-\sqrt{-\frac{c}{a}}$; $x_2=\sqrt{-\frac{c}{a}}$ болот. $-\frac{c}{a}$ саны оң сан болсо, анда $ax^2+c=0$ теңдеме x_1, x_2 чыныгы тамырларга ээ болот. Ал эми $-\frac{c}{a}$ терс сан болсо, каралып жаткан теңдеменин чыныгы тамырлары болбойт.

2-мисал. $-5x^2+15=0$ же $-5x^2=-15$, $x^2=3$, $x_{1,2}=\pm\sqrt{3}$.

Жообу: $\sqrt{3}$; $-\sqrt{3}$.

3-мисал. $x^2+4=0$, $x^2=-4$, $x_{1,2}=\sqrt{-4}$ Берилген теңдеменин чыныгы тамырлары жок, куру көптүк (∅).

КӨНҮГҮҮЛӨР

581. Теңдемени стандарттык түрдө жазып, даражасын аныктагыла:

1) $(x+2)(x-1)=-x^2+1$;
2) $1-(x-1)^2=x(x+1)^2$;
3) $y+1-y^2=(y+1)(y-1)$;
4) $z^2+4z^3=4[(z^2-1)\cdot z+1]$;
5) $ax^2+1=bx+c$;
6) $2x^2-6x^5+1=0$;
7) $x^6-4x^3-3=0$;
8) $(x+8)(x-7)=0$;
9) $\frac{x}{2}-\frac{x}{5}=0$;
10) $\frac{1}{7}x^5=0$.

582. Теңдемелердин коэффициенттерин аныктагыла:

1) $9x^2-5x+4=0$;
2) $6x^2-3x-2=0$;
3) $x-2x^2+5=0$;
4) $-3x^2+2x-15=0$;
5) $x^2-2x-3=0$;
6) $-x^2+2x+3=0$;
7) $-4x^2+5x=0$;
8) $4x^2-30=0$;
9) $12x^2=0$.

583. Теңдемелердин түрүн атагыла:

1) $-x^2+8x-1=0$;
2) $2x^2-4x+3=0$;
3) $x-2x^2+5=0$;
4) $2x+x^2-3=0$;
5) $x^2-9x=0$;
6) $3x^2-3=0$;
7) $x+2=0$;
8) $2+4x+x^2=0$.

584. Теңдемелерди стандарттуу түргө келтиргиле:

1) $3x^2-2x(x+1)=5$;
2) $(-x+1)(1-3x)+x^2=x$;
3) $4(x-3)-10=-5x(x+6)$;
4) $(x-5)(x+4)=(x-8)(2x+3)$.

585. Теңдемелерди $ax^2+bx+c=0$ түрүнө келтирип жазгыла:

1) $(x-1)(x+1)=x(2x+3)$;
2) $(x+2)^2=(x+1)(x-2)$;
3) $x^2-1=2x+3x^2-3$;
4) $(5y+3)^2-(2y-7)^2=8(y^2-5)$;
5) $(x+3)^3=2x+x^3$;
6) $(7+6a)^2=37(2+a)+(5+2a)(2a-5)$;
7) $(y-4)^3+3y^2=y3-(2y+8)^2$;
8) $(x+2)^3+46=(3+x)^3-15x$;
9) $(5+2x)^2-44x=(4x-3)^2+4$;
10) $(2x-3)^3+5x^2=(1+2x)^3-28$.

Теңдемелерди чыгаргыла (586—589):

586. 1) $(x-1)(x-5)=0$;
2) $(1-x)(x+3)=0$;
3) $(5+x)(1+x)=0$;
4) $(x+a)(x-b)=0$;
5) $x(x-3)=0$;
6) $(2x-1)x=0$.

587. 1) $x^2=3x$;
2) $x^2-5x=0$;
3) $4x^2-36=0$;
4) $2x^2-18=0$;
5) $3x^2+27=0$;
6) $100x^2=0$.

588. 1) 0,7x4–x3=0;
2) 0,5x3–72x=0;
3) x3=5x2;
4) 0,2x4–5x2=0.

589. 1) $\sqrt{2}x^2=\sqrt{11}x$;
2) $\sqrt{ab}x^2-\sqrt{a}=0$.

590. Туура жообун көрсөткүлө (тест):

1) $(x-3)x=0$.
а) $0; -3$.
б) $0; \frac{1}{3}$.
в) $0; 3$.

2) $2x-x^2=0$.
а) $0; 2$.
б) $0; -2$.
в) $1; 2$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

591. Эсептегиле:

1) $\sqrt{0{,}16\cdot 49+0{,}84\cdot 49}$;
2) $\sqrt{1{,}44\cdot 5-1{,}44\cdot 2}$;
3) $\sqrt{\dfrac{164^2-236^2}{-128}}$;
4) $\sqrt{(-12)^2}$.

592. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

1) $(\sqrt{m}-\sqrt{n})(m+n+\sqrt{mn})$;
2) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})\sqrt{x}$;
3) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})\sqrt{ab}$;
4) $\dfrac{1}{\sqrt{a-1}}+\sqrt{a-1}$.

§30. Квадраттык теңдеменин тамырларынын формуласы

Жогоруда толук эмес квадраттык теңдеменин айрым учуру болгон $ax^2+bx=0$, $ax^2+c=0$, $ax^2=0$ теңдемелерин чыгарууну карадык. Эми $ax^2+bx+c=0$ теңдемесинин жалпы учуру үчүн чыгарылышын карайлы.

$$ax^2+bx+c=0 \qquad (1)$$

теңдемесин өзгөртөлү. Теңдеменин бардык мүчөлөрүн a га бөлүп, ага тең күчтө болгон

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \qquad (2)$$

теңдемесин алабыз. Мындан эки туюнтманын суммасынын квадратын бөлүп алалы. Ал үчүн теңдемедеги х ти биринчи, $\frac{b}{a}$ ны экинчи деп, $(x+\frac{b}{a})$ суммасын алабыз. Анда

$$(x+\frac{b}{2a})^2=x^2+2\frac{b}{2a}x+(\frac{b}{2a})^2=x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2,$$

демек,

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=(x+\frac{b}{2a})^2-(\frac{b}{2a})^2+\frac{c}{a}=(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0. \qquad (3)$$

Мындан $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$. (3) менен (1) теңдемеси тең күчтө. (3) теңдемедеги b^2-4ac туюнтма квадраттык теңдеменин *дискриминанты* деп айтылат. $\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ туюнтмадагы $4a^2>0$, демек, (1) теңдеменин тамырларынын саны, алардын оң же терс болушу дискриминантка байланыштуу. $b^2-4ac=D$ деп белгиленет. Анда (3)-нү $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{D}{4a^2}=0$ деп жазууга болот. (D – *«Дискриминант»* латынча айырмалоочу, айырмалагыч). x ти табалы: $x_{1,2}+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{D}}{2a}$, мындан $x_1=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$, $x_2=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$. Демек, x үчүн эки маанини x_1, x_2 ни алдык:

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}. \qquad (4)$$

Теңдеменин чыгарылышы дискриминантка байланыштуу болоору көрүнүп турат.

1°. $D>0$ же $b^2-4ac>0$. $\sqrt{D}$ оң сандан тамыр чыгаруу мүмкүнчүлүгүн билебиз. Анда теңдеменин тамырлары $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$.

2°. $D=0$, же $b^2-4ac=0$ болсо, $x_{1,2}=-\frac{b}{2a}$. Теңдеменин бир гана $-\frac{b}{2a}$ эселенген тамыры болот.

3°. $D<0$ же $b^2-4ac<0$. Тамыр ичинде терс сан болуп, (1) теңдемесинин чыныгы сандардын көптүгүндө чыгарылышы жок, куру көптүк ($\varnothing$).

Бирок бизге жогоруда (IV глава, § 24) белгилүү болгондой $\sqrt{-a}=i\sqrt{a}$, $a>0$ боюнча, $x_{1,2}=\frac{-b\pm i\sqrt{D}}{2a}$ түйүндөш комплекстик сандар болот.

Квадраттык теңдемелерди чыгаралы.

1-мисал. $2x^2-x-15=0$.

$D=1+4\cdot2\cdot5=121>0$, $x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{121}}{4}=\frac{1+1}{4}$, $x_1=-\frac{5}{2}$, $x_2=3$.

2-мисал. $x^2-2x+4=0$.

$D=4\text{-}4\cdot1\cdot1=0$, $x_1=x_2=2$, б.а. квадраттык теңдеме эселенген тамырга ээ.

3-мисал. $4x^2-5x+4=0$.

$D=25-2\cdot3\cdot4=-23<0$, чыныгы чыгарылышы жок, куру көптүк (Ø).

Эгер $ax^2+bx+c=0$ теңдемеде b – жуп сан болсо

$$x_{1,2}=\frac{-\frac{b}{2}\pm\sqrt{(\frac{b}{2})^2+ac}}{a}$$

түрүндө жазып чыгарабыз. Дискриминант $D=(\frac{b}{2})^2+ac$, b – жуп болгон учурда чыгаруунун ушул жолу, айрым эсептөөлөрдү жеңилдетет.

4-мисал. $9x^2-14x+5=0$, $b=14$ жуп сан, анда

$D=(\frac{14}{2})^2-9\cdot5=4$ болот $x_{1,2}=\frac{7\pm\sqrt{4}}{9}$; $x_1=\frac{5}{9}$, $x_2=1$.

КӨНҮГҮҮЛӨР

Теңдемелерди чыгаргыла (593–602):

593. 1) $2x^2+3x+1=0$;
2) $2x^2+x+2=0$;
3) $4x^2+4x+1=0$;
4) $x^2+5x-6=0$.

594. 1) $x^2-5x+6=0$;
2) $x^2-4x-5=0$;
3) $y^2-14y+48=0$;
4) $5x^2-11x+2=0$;
5) $2y^2-y-5=0$;
6) $16x^2-8x+1=0$.

595. 1) $4+4y=y^2+y$;
2) $33-11x+x^2=3x$;
3) $a^2+a+10=-10a$;
4) $6-2z=z^2-3z$.

596. 1) $22x=6-8x^2$;
2) $x^2+45=14x$;
3) $5t+2=3t^2$;
4) $x^2+30+11x=0$.

597. 1) $8x^2-14x+5=0$;
2) $12x^2+16x-3=0$;
3) $4x^2+4x+1=0$;
4) $x^2-8x-84=0$;
5) $x^2+6x-19=0$;
6) $5x^2+26x-24=0$;
7) $x^2-34x+289=0$;
8) $3x^2+32x+80=0$.

598. 1) $2+5x^2+7x=0$; 3) $105+x^2=22x$;
2) $y^2-2=y$; 4) $3y^2=2y-5$.

599. 1) $b^2+8b+7=0$; 3) $4y+y^2-15=0$;
2) $2x^2+7=3x$; 4) $7x=2x^2+5$.

600. 1) $y^2+7y+14=0$; 3) $10x-3x^2=-4$;
2) $2x^2-7=-x$; 4) $2y^2=3+5y$.

601. 1) $34-x^2-15x=0$; 3) $3=-5x+2x^2$;
2) $7y=2y^2+3$; 4) $4=-y^2-5y$.

602. 1) $5x^2=20x-15$; 6) $(3x+8)^3-8=(6+3x)^3$;
2) $7x-3x^2=-6$; 7) $(x-5)^2=(4x-3)^2-(2-3x)^2$;
3) $(2y+5)^2-33=(3y+1)^2$; 8) $(2x-1)^2+316=(2x+3)^2$.
4) $(a+2)^2+13a=(3a-1)^2$;
5) $11+(4y+1)^2-(4+3y)^2=-(5+2y)(-2y+5)$;

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

603. Туюнтмалардын маанилерин тапкыла:
1) $\dfrac{1}{11+2\sqrt{30}}+\dfrac{1}{11-2\sqrt{30}}$;
2) $\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}+\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$;
3) $\dfrac{xy}{x+y}$, эгер $x=5+2\sqrt{6}$, $y=5-2\sqrt{6}$ болсо;
4) $\dfrac{x^2+y^2}{xy}$, эгер $x=\sqrt{11}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{11}-\sqrt{3}$ болсо.

§ 31. Квадраттык теңдемеге келтирүүчү теңдемелерди чыгаруу

1-мисал. $(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)=120$.

Чыгарууда кашааны ачып топтосок, төртүнчү даражадагы теңдеме алынат. Аны чыгаруунун жолу бизде азыр жок. Берилген теңдемеде эки кашаада тең бирдей x^2-5x деген туюнтма турат. Анда $x^2-5x=y$ деп белгилейли: $(y+4)(y+6)=120$ алынды. Жөнөкөйлөтсөк: $y^2+10y-96=0$ квадраттык теңдеме, анын тамырлары $y_1=-16$, $y_2=6$. Белгилөө боюнча 1) $x^2-5x=-16$, 2) $x2-5x=6$. Биринчи теңдеменин дискриминанты $D<0$, демек, чыгарылышы жок. Экинчи теңдеменин дискриминанты $D=49$, $x_1=-1$, $x_2=6$ болот.

Демек, ушул мисалды чыгаруу үчүн жаңы өзгөрмөнү, y ти киргиздик. Натыйжада төртүнчү даражадагы теңдемени оңой эле чыгардык.

$ax^4+bx^2+c=0$ түрүндөгү теңдемени карайлы. Ушул түрдөгү теңдемеде *биквадраттык теңдеме* деп айтылат. Аны чыгарууда жогорку жаңы өзгөрмөнү киргизүү методу эң эле оңой колдонулат. Башкача айтканда $x^2=y$ деп белгилесек, $x^4=y^2$ болот, анда $ax^4+bx^2+c=0$ теңдемесинин ордуна $ay^2+by+c=0$ теңдемесин чыгарабыз. Берилген теңдеменин тамырлары $y=x^2$ боюнча эсептелет.

2-мисал. $4x^4-5x^2+1=0$ биквадраттык теңдемени чыгаралы.

$x^2=$у деп белгилеп, жаңы өзгөрмөнү киргизели, анда y өзгөрмөлүү квадраттык теңдеме алынат: $4y^2-5y+1=0$.

Тамырларын тапсак: $y_1=1$; $y_2=\frac{1}{4}$.

Демек, биринчиден $x^2=y$ боюнча $x^2=1$ мындан $x_1=-1$, $x_2=1$ Экинчиден $x^2=\frac{1}{4}$ мындан $x_1=-\frac{1}{2}$, $x_2=\frac{1}{2}$. Ошентип, берилген теңдеменин төрт тамырын таптык: -1; 1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$.

Жообу. -1; 1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$.

$3x+5=2(8-x)$; $\qquad x-\frac{6}{x}=-2x+17$; $\qquad \frac{x-3}{4x+1}=\frac{x-4}{x}$;

теңдемелеринин сол жана оң жактары рационалдык туюнтма. Мындай теңдемелер *рационалдык теңдемелер* деп аталат. Рационалдык теңдемелердин сол жана оң жактары бүтүн туюнтма болушса анда ал бүтүн теңдеме деп аталат. Рационалдык теңдемелердин сол жана оң жактары бөлчөктүү туюнтма болушса анда, ал бөлчөктүү теңдеме деп аталат. Мисалы, $3x+5=2(8-x)$ – бүтүн, ал эми $x-\frac{6}{x}=-2x+17$ жана $\frac{x-3}{4x+1}=\frac{x-4}{x}$ теңдемелери – бөлчөктүү теңдемелер.

3-мисал. $\frac{3}{x+2}-\frac{4}{x-3}=3$ рационалдык теңдемесин чыгаргыла.

Теңдемеге кирген бөлчөктөрдүн жалпы бөлүмү $(x+2)(x-3)$. Эгер $x+2\neq0$ жана $x-3\neq0$ болсо, анда теңдеменин эки жагын тең $(x+2)(x-3)$кө көбөйтөлү

$$3(x-3)-4(x+2)=3(x+2)(x-3).$$

Теңдемени өзгөртөлү

$$3x-9-4x-8=3(x^2-x-6),$$
$$-x-17=3x^2-3x-18,$$
$$3x^2-2x-1=0.$$

Келип чыккан квадраттык теңдемени чыгарып, тамырларын табабыз: $x_1=1$, $x_2=-\frac{1}{3}$.

$x=1$ жана $x_2 = -\frac{1}{3}$ болгондо алгачкы теңдемедеги бөлчөктөрдүн бөлүмдөрү нөлгө барабар эмес.

Жообу: $x_1=1$, $x_2 = -\frac{1}{3}$.

4-мисал. $\frac{3}{x-1} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} = \frac{3+x}{x+2}$ (1)

рационалдык теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу. Шарт боюнча $(x-1)(x+2) \neq 0$. Теңдеменин эки жагын тең $(x-1)(x+2)$ ге көбөйтөлү:

$3(x+2) - 3 = (3+x)(x-1)$.

Акыркы теңдемени өзгөртөлү:

$3x + 6 - 3 = 3x + x^2 - 3 - x$,

$x^2-x-6=0$. (2)

Алынган квадраттык теңдемени чыгарып, тамырларын табалы:

$x_1=3$, $x_2=-2$.

$x=3$ болгондо (1) теңдеменин бөлүмдөрү нөлгө барабар эмес, демек, 3 саны (1) теңдемесинин тамыры. $x=-2$ болгондо (1) теңдемесинин эки бөлчөгүнүн бөлүмү нөлгө барабар, ошондуктан -2 саны (1) теңдемесинин тамыры боло албайт.

4-мисалда (1) теңдемеси (2) квадраттык теңдемесине келтирилди. (2) теңдемесинин эки тамырынын бири $x=3$ алгачкы (1) теңдемесинин тамыры болот. Экинчи тамыры $x=-2$ алгачкы (1) теңдемесинин тамыры боло албайт, бул учурда аны теңдеменин чет тамыры деп айтышат.

5-мисал. $\frac{x+5}{x+3} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} = 0$ рационалдык теңдемесин чыгаргыла.

x^2+5x+6 квадраттык үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраталы. $x^2+5x+6=0$ квадраттык теңдемесин чыгарып, тамырларын табабыз: $x_1=-2$, $x_2=-3$. Ошондуктан, $x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$.

Берилген теңдеменин эки жагын тең жалпы бөлүмгө б.а. $(x+2)(x+3)$ көбөйтөлү:

$(x+5)(x+2)-(x+3)+1=0$,

$x^2+7x+10-x-3+1=0$,

$x^2+6x+8=0$,

$x_1=-2$, $x_2=-4$.

Алынган тамырларды текшерели. $x=-2$ болгондо берилген теңдеменин экинчи жана үчүнчү бөлчөктөрүнүн бөлүмдөрү нөлгө барабар, ошондуктан $x=-2$ – чет тамыр. $x=-4$, болгондо берилген теңдеменин бөлчөктөрүнүн бөлүмдөрү нөлгө барабар эмес. $x=-4$ тү берилген теңдемеге коюп, бул сан анын тамыры экенине ишенебиз.

КӨНҮГҮҮЛӨР

604. Жаңы белгисизди киргизүү менен теңдемелерди чыгаргыла (604-608).

1) $(2x^2+3)^2+11=12(2x^2+3)$;
2) $(x^2-2x)^2-3=2(x^2-2x)$;
3) $(x^2+x-1)(x^2+x+2)=40$;
4) $(2x^2+x-1)(2x^2+x-4)+2=0$;
5) $\frac{x^2-4}{x}=\frac{3+2x}{2}$;
6) $\frac{3x+1}{x+2}=1+\frac{x-1}{x-2}$;
7) $\frac{x^2-6x}{x-5}=\frac{5}{5-x}$.

605. 1) $(x^2+3)^2-11(x^2+3)+28=0$;
2) $20+9(x^2-4x)=-(x^2-4x)^2$;
3) $(x^2+x)(x^2+x-5)=50$.

606. 1) $x^3=m^3$;
2) $x^3+729=0$;
3) $8x^3-1=0$;
4) $x^6-9x^3+8=0$;
5) $x^3-1=0$;
6) $x^{2m}+2ax^m-8a^2=0$, $a>0$.

607. 1) $x^4-5x^2+4=0$;
2) $x^4-2x^2=0$;
3) $x^4-25x^2+144=0$;
4) $x^4-10x^2+9=0$;
5) $2x^4-7x^2=0$;
6) $x^4-2x^2=63$.

608. 1) $100-2x^2+x^4=0$;
2) $3x^2-10+x^4=0$;
3) $-9x^2+2x^4+4=0$;
4) $5y^4-5y^2+2=0$.

609. Төмөнкү теңдемелерди көбөйтүүчүлөргө ажыратуу жолу менен чыгаргыла.

1) $(x^2-1)(x^2+1)-4(x^2-1)=0$;
2) $3x^2(x-1)(x+1)-10x^2+4=0$;
3) $x^5+x^4-6x^3-6x^2+5x+5=0$;
4) $x^5-x^4-2x^3+2x^2-3x+3=0$.

Рационалдык теңдемелерди чыгаргыла (610-611):

610. 1) $\frac{10}{x-3}-\frac{8}{x}=1$;
2) $\frac{2}{x-5}+\frac{14}{x}=3$;
4) $\frac{40}{x-20}+\frac{40}{x}=3$;
5) $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x+3}=\frac{5}{8}$;

3) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+3}=\dfrac{3}{20}$;   6) $\dfrac{4}{x-2}+\dfrac{4}{x+2}=1{,}5$.

611. 1) $\dfrac{3x+4}{x-6}=\dfrac{x-2}{4x+3}$;   4) $\dfrac{x^2-2x-5}{(x-3)(x-1)}+\dfrac{1}{x-3}=1$;

2) $\dfrac{x+2}{x-2}+\dfrac{x-2}{x+2}=\dfrac{13}{6}$;   5) $\dfrac{x^2}{x+3}-\dfrac{x}{-3-x}=\dfrac{6}{x+3}$;

3) $\dfrac{x+5}{x+2}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}=\dfrac{1}{x+1}$;   6) $\dfrac{x^2}{x-1}-\dfrac{2x}{1-x}=\dfrac{3}{x-1}$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

612. а) x=0,36: б) x=49 болсо, $\dfrac{9+6x+x^2}{3x}+\sqrt{x}$ туюнтмасынын маанисин тапкыла.

613. A(1,5; 7,25), B(–3,2; 9), $C(\sqrt{3}-1;7)$ чекиттери $y=x^2+2x+5$ функциясынын графигине тиешелүүбү?

614. Калкы 57 000 болгон шаарда тургундардын кандарынын группаларын аныктоо үчүн медициналык текшерүү жүргүзүлдү. I группадагы адамдардын саны – 32,9%, II группада – 35,8%, III группада – 23,2%, IV группада 8,1% экени аныкталды. Шаарда ар бир группага тиешелүү канча адам жашайт?

615. Эсептегиле:

1) $\sqrt[3]{56}+\sqrt[3]{189}+\sqrt[3]{448}$;   2) $2\cdot\sqrt{\dfrac{3a}{x^2}}\cdot 4\cdot\sqrt{\dfrac{4x^4}{3a^3}}$.

616. Төмөнкү функциялардын графиктерин бир эле сүрөттө түзгүлө:

1) $y=\frac{1}{3}x$;   2) $y=x$;   3) $y=3x$.

617. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасынын катетке болгон катышы $\dfrac{13}{12}$кө, ал эми анын экинчи катети 15 см ге барабар. Үч бурчтуктун периметрин тапкыла.

§ 32. Виеттин теоремасы

$$x^2+px+q=0 \qquad (1)$$

түрүндөгү *келтирилген квадраттык* теңдемени карайлы. Бул теңдемеде x^2тын коэффициенти бирге барабар.

Каалагандай

$$ax^2+bx+c=0$$

квадраттык теңдемени, анын эки жагын тең $a \neq 0$ гө бөлүп келтирилген квадраттык теңдемеге келтирсе болот. Мисалы, $3x^2+3x-2=0$ теңдемесин 3кө бөлүү менен $x^2 + x - \frac{2}{3} = 0$ түрүнө келтиребиз.

Франсуа Виет (1540–1603)

Келтирилген квадраттык теңдеменин коэффициенттери менен анын тамырларынын арасында көз карандылык жашай тургандыгын француз математиги Франсуа Виет (1540–1603) далилдеп көрсөткөн.

Виеттин теоремасы: **Эгерде**

$$x^2+px+q=0$$

теңдемесинин тамырлары x_1 жана x_2 болсо, анда

$$x_1+x_2=-p,\ x_1 \cdot x_2=q$$

формулалары аткарылат, б. а. келтирилген квадраттык теңдеменин тамырларынын суммасы, карама-каршы белги менен алынган экинчи коэффициентке, ал эми тамырлардын көбөйтүндүсү – бош мүчөгө барабар.

Далилдөө. $x^2+px+q=0$ теңдемеси берилсин. $D=p^2-4q$. $D>0$ болсун дейли. Анда $x_1 = \frac{-p-\sqrt{D}}{2}$ жана $x_2 = \frac{-p+\sqrt{D}}{2}$.

Тамырлардын суммасын жана көбөйтүндүсүн табалы:

$$x_1 + x_2 = \frac{-p-\sqrt{D}}{2} + \frac{-p+\sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p;$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-p-\sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p+\sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2-(\sqrt{D})^2}{4} = \frac{p^2-(p^2-4q)}{4} = \frac{4q}{4} = q.$$

Демек, $x_1+x_2=-p$ жана $x_1 \cdot x_2=q$.

Виеттин теоремасы квадраттык теңдеме эки барабар тамырга ээ болгон учурда: $x_1 = x_2 = -\frac{p}{2}$ да туура болоорун айта кетели.

Мисалы, $x^2-6x+9=0$ теңдемеси эки барабар тамырга ээ: $x_1=x_2=3$; алардын суммаса $x_1+x_2=6$, көбөйтүндүсү $x_1 \cdot x_2=9$.

Кээ бир маселелерди чыгарууда төмөнкү **Виеттин** теоремасына *тескери теорема* колдонулат:

Эгерде p, q, x_1, x_2 сандары үчүн

$x_1+x_2=-p$, $x_1 \cdot x_2=q$ катыштары аткарылса, анда x_1 жана x_2 сандары $x^2+px+q=0$ теңдемесинин тамырлары болот.

Далилдөө. Теңдеменин x^2+px+q сол жагына p нын ордуна $-(x_1+x_2)$ туюнтмасын, ал эми q нун ордуна $x_1 \cdot x_2$ көбөйтүндүсүн коелу. Анда

$$x^2+px+q=x^2-(x_1+x_2)x+x_1 \cdot x_2=x^2-x_1x-x_2x+x_1x_2=$$
$$=x(x-x_1)-x_2(x-x_1)=(x-x_1)(x-x_2).$$

Ошентип, теореманын шарты боюнча, каалагандай x үчүн $x^2+px+q=(x-x_1)(x-x_2)$ барабардыгы аткарылат. Мындан x_1 жана x_2 сандары $x^2+px+q=0$ теңдемесинин тамырлары экени көрүнүп турат. Чындыгында теорема далилденди.

Эгер x_1, x_2 тамырлары берилсе, анда квадраттык теңдемени түзүүгө мүмкүн. Ушул касиетти пайдаланып, тамырлары белгилүү сандар болсо, квадраттык теңдемени оңой эле табууга болот.

Виеттин теоремасынын жана Виеттин теоремасына тескери теоремаларды колдонулуштарынын мисалдарын карайлы.

1-мисал. $x_1=2$, $x_2=3$ болсун. Анда $2+3=-p$, $2\cdot3=q$ же $p=-5$, $q=6$. Демек, теңдеме $x^2-5x+6=0$ болот.

2-мисал. Берилди $x_1=3$, $x_2=-7$, теңдеме $x^2-(3+(-7))x+(3\cdot(-7))=0$ түрүндө болот. Мындан $x^2+4x-21=0$ теңдемесин алдык. Текшерүү үчүн алынган теңдемелерди чыгаруу жетиштүү. Ошондой эле жогорудагы касиетти пайдаланып теңдемени чыгарбай туруп, $D\geq0$ болсо, белгилерин аныктоого болот.

3-мисал. $x^2+8x+12=0$ теңдеменин тамырларынын белгисин аныктагыла.

Мында $D=4^2-12>0$ болгондуктан эки тамыры бар. Теңдеменин тамырларынын көбөйтүндүсү $x_1\cdot x_2=12>0$ анда $x_1>0$, $x_2>0$ же $x_1<0$, $x_2<0$ болушу мүмкүн. Ал эми $x_1+x_2=-8$ болгондуктан x_1, x_2 бирдей белгиде, терс, болот.

4-мисал. $x^2-x-12=0$ теңдемени чыгарбай туруп, тамырларынын белгилерин аныктагыла.

$D=(-1)^2-4\cdot6\cdot(-12)>0$ демек, теңдеменин эки тамыры бар жана $x_1\cdot x_2=-12<0$ болгондуктан тамырларынын белгилери ар түрдүү.

5-мисал. $x^2+8x+3=0$ теңдеменин тамырларынын белгилерин аныктагыла.

$D>0$, $x_1\cdot x_2=3$ жана $x_1+x_2=-8$ болгондуктан $x_1<0$, $x_2<0$ болот.

6-мисал. $x_1=-4$, $x_2=6$ болсо, теңдеме түзгүлө.

$x_1+x_2=-4+6=2$, $p=-2$; $x_1\cdot x_2=-4\cdot6=-24$, $q=-24$ болгондуктан, изделүүчү теңдеме $x^2-2x-24=0$.

Текшерүү: $x_{1,2}=1\pm\sqrt{1+24}=1\pm5, x_1=-4, x_2=6$, $x_1=-4$, $x_2=6$.

7-мисал. $x_1=-\frac{8}{9}$, $x_2=\frac{5}{6}$ болсо, квадраттык теңдемени түзгүлө.

Анда $x_1+x_2=-\frac{8}{9}+\frac{5}{6}=-\frac{1}{18}$, $x_1\cdot x_2=-\frac{20}{27}$.

Теңдемени түзсөк: $x^2+\frac{1}{18}x-\frac{20}{27}=0$, $54x^2+3x-40=0$.

Текшерүү: $x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+4\cdot54\cdot40}}{2\cdot54}=\frac{-3\pm93}{108}$, $x_1=-\frac{8}{9}$, $x_2=\frac{5}{6}$.

КӨНҮГҮҮЛӨР

Теңдемелерди чыгарбай туруп, тамырларынын белгилерин аныктагыла (618-619):

618. 1) $5x^2-7x-9=0$; 3) $9y^2+3y-7=0$;
2) $3y^2+6y-5=0$; 4) $4x^2-12x+3=0$.

619. 1) $2x^2+8x+3=0$; 3) $3x^2-9x+1=0$;
2) $12y^2-7y-15=0$; 4) $4y^2+12y+9=0$.

620. Теңдемелерден x_1+x_2, $x_1\cdot x_2$ ни тапкыла:
1) $x^2-8x-9=0$; 4) $x^2+2x=x$;
2) $x^2-1=-x$; 5) $6-5x+3x^2=0$;
3) $\frac{x^2}{2}=2x+1$; 6) $x^2-7x=0$.

621. Теңдемелердин тамырларынын суммасын жана көбөйтүндүсүн тапкыла:
1) $x^2-6x+9=0$; 3) $9x^2-30x+25=0$;
2) $x^2+16=0$; 4) $\frac{x^2}{2}-3x+5=0$.

622. $10x^2-33x+c=0$ теңдемесинин бир тамыры 5,3кө барабар. Экинчи тамырды жана c коэффициентин тапкыла:

623. Төмөнкү берилген x_1 жана x_2 тамырлары боюнча квадраттык теңдемелерди түзгүлө:
1) 0,2; 0,5, 4) $\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$,
2) $-\frac{4}{5}$; $\frac{5}{4}$; 5) $3\pm\sqrt{5}$,
3) 5; –2,5, 6) $-1\pm\sqrt{7}$.

624. Эгер $x_1=3x_2$ болсо, $x^2+8x-c=0$ теңдемедеги c – бош мүчөнү тапкыла.

625. Эгер $2x_1=x_2$ болсо, $2x^2+bx+25=0$ теңдемедеги b – экинчи коэффициентти тапкыла.

626. Эгер $2x_1=3x_2$ болсо, $ax^2-5x+6=0$ теңдемедеги x^2 тын коэффициентин тапкыла.

ТУУРА ЖООБУН ТАПКЫЛА (ТЕСТ):

627. Виеттин теоремасын көрсөткүлө:

а) $x_1+x_2=-p, x_1 \cdot x_2=q$, б) $x_1+x_2=-p, x_1 \cdot x_2=-q$, в) $x_1+x_2=\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$.

628. Квадраттык теңдеменини тамырлары: $x_1=\frac{1}{4}$, $x_2=0{,}5$ болсо, теңдемени түзгүлө:

а) $x^2+\frac{1}{4}x+\frac{0{,}5}{4}=0$; б) $x^2-\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}=0$; в) $x^2-\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}=0$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

629. $(\sqrt{11}+5\sqrt{3}+\sqrt{11}-5\sqrt{3})^2$ туюнтмасынын мааниси рационалдык сан болорун көрсөткүлө.

630. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

$$\left(\frac{3x+y}{x^2-3xy}+\frac{3x-y}{x^2+3xy}\right)\cdot\frac{x^2-9y^2}{x^2+y^2}.$$

631. АВС үч бурчтугунун периметри 64 см, АВ жагы АС га караганда 7 см ге кичине, ал эми ВС га караганда 12 см ге чоң. Үч бурчтуктун ар бир жагын тапкыла.

§ 33. Квадраттык үч мүчө . Квадраттык үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу

$ax^2+bx+c=0$, $a\neq0$ туюнтмасы *квадраттык үч мүчө* же экинчи даражадагы үч мүчө деп аталат.

Теорема: **Эгерде $ax^2+bx+c=0$ теңдемесинин тамырлары x_1 жана x_2 болсо, анда x тин бардык маанилери үчүн**

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

барабардыгы аткарылат. Бул квадраттык үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу деп аталат.

Далилдөө. Теореманы далилдөө үчүн Виеттин теоремасын колдонолу.

$ax^2+bx+c=0$ квадраттык теңдеменин б.а. $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$ теңдеменин x_1, x_2 тамырлары үчүн Виеттин теоремасын жазалы: $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$. Квадраттык үч мүчөнү өзгөртөлү:

$$ax^2+bx+c=a(x^2+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a})=a(x^2-(x_1+x_2)x-x_1\cdot x_2)=$$
$$=a(x^2-x_1x-x_2x+x_1\cdot x_2)=a(x-x_1)(x-x_2).$$

Чындыгында теорема далилденди.

Эгер D=0 болсо, анда ушул теореманын негизинде $ax^2+bx+c=a(x-x_1)^2$ деп жазабыз. Мисалдарды карайлы.

1-мисал. $2x^2-2x-12$ үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраталы.

$2x^2-2x-12=0$ теңдеменин тамырлары 3 жана -2 анда, теорема боюнча $2x^2-2x-12=2(x-3)(x+2)$ болуп көбөйтүүчүлөргө ажыратылат.

2-мисал. $9x^2+12x-5$ үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла. Анын тамырлары $x_1=-\frac{5}{3}$, $x_2=\frac{1}{3}$ болот.

Демек, $9x^2+12x-5=9(x+\frac{5}{3})(x-\frac{1}{3})=3(3x-5)(3x-1)$.

3-мисал. $3+11x-20x^2$. Үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла. $20x^2-11x-3=0$. Квадраттык теңдеме чыгаралы: $x_1=-\frac{1}{5}$, $x_2=\frac{3}{4}$. Теорема боюнча

$$3+11x-20x^2=-20(x+\frac{1}{5})(x-\frac{3}{4})=-(5x+1)(4x-3)=(5x+1)(3-4x).$$

4-мисал. $\frac{3+11x+6x^2}{5x+3-12x^2}$ бөлчөктү кыскарткыла. Бөлчөктүн алымын да, бөлүмүн да көбөйтүүчүлөргө ажыраталы:

$$6x^2+11x+3=6(x+\frac{3}{2})(x+\frac{1}{3})=(2x+3)(3x+1),$$

$$5x+3-12x^2=-12(x+\frac{1}{3})(x-\frac{3}{4})=(3x+1)(3-4x).$$

Ошентип, $\frac{3+11x+6x^2}{5x+3-12x^2}=\frac{(2x+3)(3x+1)}{(3x+1)(3-4x)}=\frac{2x+3}{3-4x}$.

КӨНҮГҮҮЛӨР

632. Квадраттык үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла (632–634):

1) $5x+24-x^2=0$;
2) $10y^2-13y-3=0$;
3) $y^2+5y+4=0$;
4) $3x^2-3x-90=0$;
5) $2x^2-3x-90=0$;
6) $x^2-5x+6=0$;
7) $x^2+5x-6=0$;
8) $3x^2-14x+16=0$;
9) $5x^2-6x+1=0$;
10) $x^2-8x+16=0$.

633. 1) x^2-6x+9;
2) $-x^2+x-12$;
3) $x^2-14x+45$;
4) $(x-1)(x+4)$;
5) $-x^2-5x-6$;
6) x^2-4x-5;
7) $12-x-6x^2$;
8) $(x-1)(x+1)-20$.

634. 1) x^2-x-2;
2) $4x^2+x+0{,}04$;
3) $0{,}1x^2-10x+240$;
4) $\frac{1}{16}y^2+\frac{3}{8}y-1$;
5) $0{,}3x^2+2{,}5x-55$;
6) $\frac{1}{4}x^2+0{,}25x-\frac{25}{100}$.

635. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{x+7x^2-8}{x-1}$;
2) $\frac{15+x^2-8x}{x^2-25}$;
3) $\frac{5x+10}{2x^2+13x+18}$;
4) $\frac{81-y^2}{y^2-5y-36}$;
5) $\frac{22+9x-x^2}{x^2-x-110}$;
6) $\frac{8y+5y^2+3}{3y+14-11y^2}$.

636. Көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла (636—637):

1) $\frac{x^2+6x-91}{x^2+8x-105}$;
2) $\frac{-90+2x^2+8x}{105-36x+3x^2}$;
3) $\frac{2x^2+12x+18}{3x^2-27x-30}$;
4) $\frac{2x^2-18x+28}{3x^2-3x-6}$;
5) $\frac{y^2+6y-91}{105-8y-y^2}$;
6) $\frac{x^2-13x+40}{x^2-13x+30}$;
7) $\frac{-2x^2+7x-3}{2x-1}$;
8) $\frac{x^2-2ax-3a^2}{x^2-6ax-9a^2}$.

637. 1) $x^2+\frac{x}{2}+4$;
2) $2x^2+3x-9$;
3) $x^2-x+\frac{7}{4}$;
4) $\frac{x^2}{3}+\frac{3x}{4}+\frac{1}{6}$.

638. Туура жообун көрсөткүлө:

1) $4x^2+4x+1=0$,

а) $(x-\frac{2-\sqrt{3}}{2})(x+\frac{2+\sqrt{3}}{2})=0$;

б) $(x-\frac{2-\sqrt{3}}{2})(x+\frac{-2+\sqrt{3}}{2})=0$;

в) $(2x+1)^2=0$.

2) $6x-9=x^2$,

а) $(\frac{x-6+\sqrt{18}}{2})(\frac{x+6-\sqrt{27}}{2})\square 0$;

б) $(x-3+\sqrt{18})(x+3+\sqrt{18})=0$;

в) $(x-3)^2=0$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

639. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}+\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}$;
2) $(\sqrt{3}-\sqrt{15}+\sqrt{5})(-\sqrt{3}+\sqrt{5})+\sqrt{75}$.

640. Сызыктуу функциялардын графиктерин түзбөй туруп, алардын кесилиш чекиттеринин координаталарын тапкыла: 1) $y=7x-1$ жана $y=2x$, 2) $y=3x-2$ жана $y=x+1$.

§ 34. Квадраттык, жөнөкөй рационалдык теңдемелердин жардамы менен маселелерди чыгаруу

Квадраттык, жөнөкөй рационалдык теңдемелер көп сандаган маселелерди чыгарууда колдонулат. Биринчи даражадагы сызыктуу теңдеме түзүү менен чыгарылуучу маселелердин көпчүлүгү эң жөнөкөй арифметикалык амалдар менен деле чыгарылат. Квадраттык теңдеме түзүү менен гана чыгарыла турган маселелер бар. Алар математикалык, физикалык, техникалык маселелер.

1-маселе. Эки жумушчу бир ишти биргелешип иштеп 6 саат 40 минутада бүтүшөт. Эгер биринчи жумушчу өз алдынча иштесе экинчисине караганда 3 саат тез иштеп бүтүрө турганы белгилүү болсо, анда ар бири берилген ишти бүтүш үчүн канча сааттан иштешмек?

Чыгаруу. Маселени чыгаруу үчүн төмөндөгүдөй талдоо жүргүзөлү. Экинчи жумушчу ишти x саатта бүтөт дейли. Анда биринчи жумушчу $x-3$ саат иштейт. Ар бир жумушчу бир саатта иштин канча бөлүгүн иштейт? Экинчиси $\frac{1}{x}$ бөлүктү, биринчиси $\frac{1}{x-3}$. Ал эми бирге иштегенде 6 саат 40 минутанын ар бир саатында иштин канча бөлүгүн иштеген:

$$\frac{1\text{ саат}}{6\text{саат }40\text{мин}}=\frac{1}{6+\frac{2}{3}}=\frac{3}{20}.$$

Ошентип, бирге иштегенде экөөнүн бир сааттык иши $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}$ болсо, анда $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}=\frac{3}{20}$, мындан $3x^2-31x-60=0$, $x_1=-\frac{5}{3}$, $x_2=12$. Демек, $x=12$, биринчи жумушчу 12 саат, экинчи жумушчу 15 саат иштейт.

Жообу: 12 саат жана 15 саат.

2-маселе. Бири экинчисинен 6га чоң болгон эки натуралдык сандын көбөйтүндүсү 187ге барабар. Ал сандарды тапкыла.

Чыгаруу: Биринчи санды x дейли. Анда экинчи сан $x+6$ болот. Маселенин шарты боюнча $x(x+6)=187$, $x^2+6x-187=0$, изделүүчү натуралдык сандар 11; 17.

Текшерүү: $11\cdot17=187$.

Жообу: 11 жана 17.

3-маселе. Автобус-экспресс автовокзалдан 20 км аралыкта жайгашкан аэропортту көздөй жөнөдү. 5 мин кийин автобустун артынан жүргүнчү такси менен чыкты. Таксинин ылдамдыгы автобустун ылдамдыгынан 20км/саат ка чоң. Эгерде аэропортко такси менен автобус бир эле убакытта келишсе, алардын ылдамдыктарын тапкыла.

Чыгаруу. Автобустун ылдамдыгы саатына x км болсун, анда таксинин ылдамдыгы (x+20) км/саат. Автобустун жүргөнгө кеткен убактысы $\frac{20}{x}$ саатка барабар, ал эми таксиники $\frac{20}{x+20}$ саат.

Маселенин шарты боюнча автобус менен таксинин жүргөнгө кеткен убакыттарынын айырмасы 5 минутага барабар, б.а. $\frac{1}{12}$ саат.

Демек,

$$\frac{20}{x}-\frac{20}{x+20}=\frac{1}{12} \qquad (1)$$

Алынган рационалдык теңдемени чыгаралы. Теңдеменин эки жагын тең $12x(x+20)$ га көбөйтөлү:

$$20\cdot12\cdot(x+20)-20\cdot12x=x(x+20)$$
$$240x+4800-240x=x2+20x$$
$$x^2+20x-4800=0$$

Бул теңдеменин тамырлары: $x_1=60$, $x_2=-80$. x тин бул маанисинде (1) теңдемесине кирген бөлчөктөрдүн бөлүмү нөлгө барабар эмес, ошондуктан $x_1=60$, $x_2=-80$ (1) теңдемесинин тамыры болот.

Автобустун ылдамдыгы оң сан болгондуктан, маселенин шартын x=60 канааттандырат. Таксинин ылдамдыгы 80 км/саат.

Жообу: Автобустун ылдамдыгы 60км/саат, таксиники 80км/саат.

4-маселе. Моторлуу кайык дарыянын агымы боюнча 50 км жана агымга каршы 6 км жол жүрүп, бардык жолго 4 саат убакыт кетирген. Эгерде дарыянын агымынын ылдамдыгы 3 км/саат болсо, моторлуу кайыктын акпай турган суудагы ылдамдыгы кандай?

Чыгаруу. Кайыктын акпай турган суудагы ылдамдыгы x км/саат болсун. Анда кайыктын агым боюнча ылдамдыгы (x+3) км/саат. Агым боюнча 50 км ди кайык $\frac{50}{x+3}$ саатта, агымга каршы 6 км ди $\frac{6}{x-3}$ саатта басып өтөт. Демек, бардык жолго кеткен убакыт $\left(\frac{50}{x+3}+\frac{6}{x-3}\right)$ саат. Маселенин шарты боюнча бардык жолго 4 саат убакыт кетирген.

Ошондуктан

$$\frac{50}{x+3}+\frac{6}{x-3}=4$$

Бул рационалдык теңдемени чыгарып, анын тамырларын табабыз: $x_1=2$ жана $x_2=12$. Маселенин шарты боюнча кайыктын акпаган суудагы ылдамдыгы дарыянын агымынын ылдамдыгынан чоң болушу керек. Бул шартты экинчи тамыр, 12 саны канааттандырат жана биринчи тамыр канааттандырбайт.

Жообу. 12 км/саат.

КӨНҮГҮҮЛӨР

641. Тик бурчтуктун туурасы узунунан 4 см ге кичине жана аянты 60 $см^2$ ка барабар болсо, анын периметрин тапкыла.

642. Квадраттын аянты 144 $м^2$ ка барабар болсо, анын жактарын тапкыла.

643. Квадрат формасындагы картон барагынан жазылыгы 3 см болгон тилкени кесип алгандан кийин, калган тик бурчтуктун аянты 70 $см^2$ болду. Квадраттын жагын тапкыла.

644. Тик бурчтуктун бир жагы экинчи жагынан 14 см ге узун жана диагоналы 34 см болсо, анын жактарын тапкыла.

645. Тик бурчтуу үч бурчтуктун аянты 180 $см^2$ жана катеттеринин айырмасы 31 см. Катеттерин тапкыла.

646. Тик бурчтуу үч бурчтуктун периметри 84 см, ал эми гипотенузасынын узундугу 37 см. Катеттерин тапкыла.

647*. Моторлуу кайык дарыянын агымы менен 28,5 км, ал эми дарыянын агымына каршы 22,5 км жүрүп, бардык жолду 8 саатта өттү. Кайыктын акпай турган суудагы ылдамдыгы 7 км/саат болсо, дарыянын агымынын ылдамдыгын тапкыла.

648*. Дарыя боюндагы эки пункттун аралыгы 80 км. Кеме ушул жолду барып кайра келишине 8 саат 20 мин. убакыт кетирет. Эгер дарыянын агымынын ылдамдыгы саатына 4 км болсо, кеменин акпай турган суудагы ылдамдыгын тапкыла.

649. Эки автомашина бирге иштеп, жүктү 6 күндө ташып бүтөт. Эгер алардын бири өзүнчө жалгыз иштесе, бардык ишти экинчиси жалгыз иштегенге караганда 5 күндө эрте бүтмөк. Ар бир машина өз алдынча иштеп жүктү канча күндө ташып бүтө алат?

650. Окуучулардын эки бригадасы бирге иштеп мектеп багына көчөт отургузуп, 2 күндө бүтүштү. Эгер алардын бири экинчисине караганда өзүнчө иштеп, ишти 3 күнгө эрте бүтөөрү белгилүү болсо, ар бир бригада өз алдынча иштеп, бак отургузууну канча күндө бүтөт?

651. Тик бурчтуу формадагы участокту узундугу 1 км болгон кашаа менен тосуу керек. Эгерде участоктун аянты 6 га болсо, анда анын узуну менен туурасы кандай узундукта боло алат?

652. Кинозалдагы катардагы орундардын саны катарларынын санына караганда 8ге көп. Бардык орун 884 болсо, канча катар бар? (Орундуктар тик бурчтук формада коюлган).

653. Квадраттарынын суммасы 677ге барабар болгон удаалаш үч натуралдык санды тапкыла.

654. Эки удаалаш жуп сандын көбөйтүндүсү 168ге барабар. Ошол сандарды тапкыла.

655. Кабинетте эки текчеде китептер сакталат. Алардын биринде, экинчисине караганда 2 эсе көп китеп бар. Биринчисинен 220 китеп, экинчисинен 60 китеп алгандан кийин эки текчеде бирдей сандагы китептер калды. Алгач ар бир текчеде канчадан китеп болгон?

656. Поезд жолдо 8 минутага токтоп, кармалып калды. Кетирген убакытты кууп жетиш үчүн 60 км жолду ылдамдыгын саатына 15 км ден арбын жүрдү. Поезддин алгачкы ылдамдыгын тапкыла.

657*. Эки лаборант кол жазманы компьютерге киргизүү ишин алышты. 2 саат бирге иштегенден кийин алардын бири башка жумушка которулуп кеткендиктен, калган жумушту экинчиси өзү жалгыз иштеп 1 саат 20 минутада бүттү. Эгер экинчиси өзү жалгыз бул ишке биринчисине караганда 1 саат 10 минута көп сарп кылса, алардын ар бири кол жазманы терүүнү канча саатта бүтүрмөк?

658. Турист велосипед менен 28 км аралыкты шоссе жана 25 км аралыкты таштак жол менен 3 *с.* 36 мин. жүрүп өттү. Эгерде турист шоссе менен таштак жолго салыштырганда 1,4 эсе тезирээк жүрсө, анда анын таштак жолдо жүргөн ылдамдыгын тапкыла.

659. 15 тонна жашылчаны ташуу үчүн белгилүү жүк көтөрүмдүүлүктөгү бир нече машинага заказ берилген. Мындай машиналар болбогондуктан, гараж, жүк көтөрүмдүүлүгү заказдалган машинадан жарым тоннага аз болгон машиналарды жиберди жана дагы бир машинаны ашык берди. Келген машиналардын жүк көтөрүмдүүлүктөрүн тапкыла.

660. Эгер тик бурчтуктун узунун 3 эсе кичирейтип, туурасын 3 см ге чоңойтсо, анда аянты тик бурчтуктун аянтынан 26 см^2 ка кичине болгон квадрат пайда болот. Квадраттын жагын тапкыла.

661. Эгер тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтуктун бир катетин 5 эсе чоңойтуп, экинчи катетин 3 см ге кичирейтсе, анда үч бурчтуктун аянты 2 см^2 ка чоңоет. Алгачкы үч бурчтуктун катетин тапкыла.

662. Курулуш жайын куруу үчүн белгилүү мөөнөттө 4500 м^3 жер кыртышын казып чыгаруу керек. Күндүк норманы 45 м^3 ка ашык аткарып, куруучулар мөөнөтүнөн 4 күн мурда планды 96% га аткарды. Жумушту бүтүрүү мөөнөтүн тапкыла.

663. Эгерде эки сандын суммасы 3кө жана алардын квадраттарынын суммасы 5ке барабар болсо, бул сандарды тапкыла.

664. Бишкектен Жалал-Абадга автобус жөнөгөндөн кийин 2 саат 10 минута өткөндө такси да ошол тарапка чыкты. Таксинин ылдамдыгы автобустун ылдамдыгынан 20 км/саат ка чоң. Шаарлардын арасында аралык 520 км болсо жана автобус менен такси Жалал-Абадга бир убакта келсе, автомашиналардын ылдамдыктарын тапкыла.

665. Эки адам 270 км аралыкты жөө өтүш керек. Алардын бири экинчисине караганда күнүнө 6 км көп жүрөт. Ошондуктан ал бүткүл жолду экинчи жүргүнчүгө караганда 1,5 күн эрте өткөн. Жүргүнчүлөрдүн ар бири жолду канча күндө өтүшкөн?

666. Бийиктиги 3 м болгон тик бурчтуу параллелипеддин диагоналы 23 м, негизинин периметри 32 м. Негизинин жактарын тапкыла.

667. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы c, ал эми катеттеринин суммасы a. Катеттерин тапкыла.

668. Мектеп окуучулары теплоход менен Каракол шаарынан Балыкчы шаарына экскурсияга жөнөштү. Ал эми кайра Балыкчыдан Караколго автобус менен кайтышты. Эки шаардын арасындагы аралык көл менен 180 км, шоссе менен 210 км. Автобус менен жүргөндө теплоход менен жүргөнгө караганда 3 саат аз убакыт кетет. Эгер автобустун ылдамдыгы теплоходдун ылдамдыгына караганда саатына 40 км/саат чоң болсо, теплоходдун ылдамдыгын тапкыла.

669. Эки кыш куйгуч бирге иштеп, жумушту $4\frac{4}{5}$ күндө бүтөт. Экинчиси өзү жалгыз иштесе, бул ишти биринчиге караганда 4 күн эрте бүтөт. Ар бири өзү, жалгыздан иштеп, бул ишти канча күндө бүтөт?

670. Эки комбайн бирге иштеп, буудайды 4 күндө басып бүтүрө алышат. Эгер алардын бири жалгыз иштеп, иштин жарымын, калганын экинчиси аткарса, анда бул иш 9 күндө бүтмөк. Ар бири өз алдынча иштеп, бул ишти канча күндө бүтүрмөк?

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

671. Бөлчөктү кыскарткыла:

1) $\frac{2x^2+x-6}{6x^2-11x+3}$; 2) $\frac{8m^3+27}{6m^2+13m+6}$.

672. Барабарсыздыктар системасын чыгаргыла:

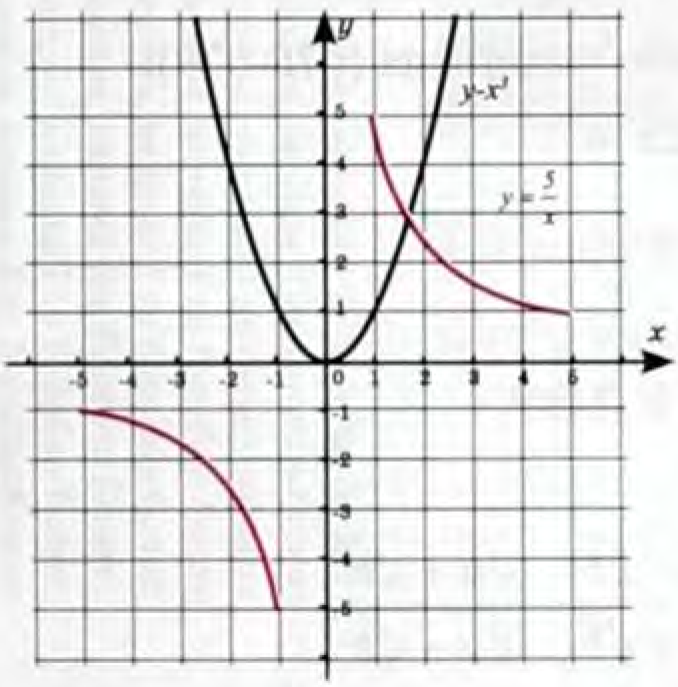
1) $\begin{cases} 2(x+2)>5(x-1); \\ x+4x<2x+5. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 0{,}5x+3<-1-1{,}5x; \\ 2x-2{,}5<3{,}5x+0{,}5. \end{cases}$

§ 35. Теңдемени графиктик ыкма менен чыгаруу

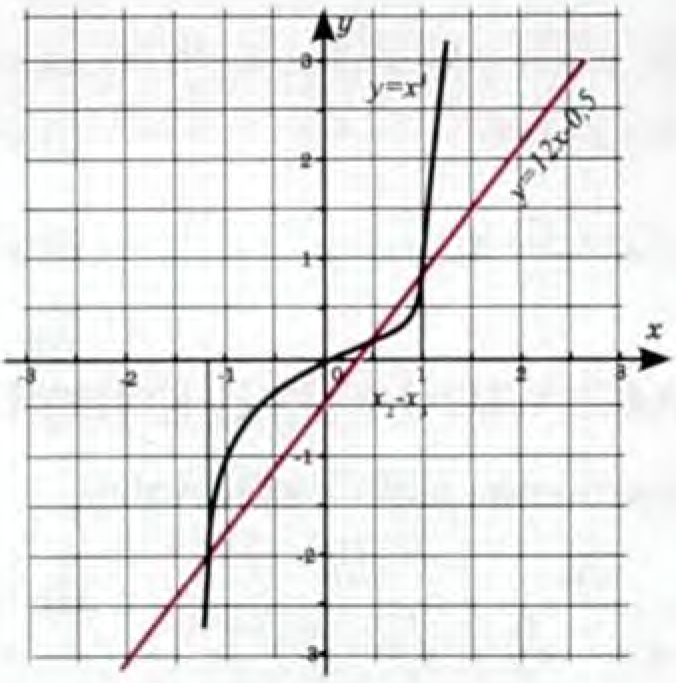
$x^2 = \frac{5}{x}$ теңдемени карайлы. Ал теңдеменини эки жагын тен x ке көбөйтсөк $x^3=5$ теңдемени алабыз. Муну чыгаруу ыкмасы бизге белгисиз. Графиктердин жардамы менен берилген $x^2 = \frac{5}{x}$ теңдеменин жакындатылган тамырларын табууга болот.

Бир эле координаттык тегиздикте $y=x^2$ жана $y = \frac{5}{x}$ функциялардын графиктерин түзөбүз 31-сүрөт. Ал графиктер b чекитте кесилишет. Кесилиш чекиттин абсциссасы x^2 жана $\frac{5}{x}$ туюнтмалары барабар мааниге ээ болгон өзгөрмө x тин мааниси. Демек, $y=x^2$ жана $y = \frac{5}{x}$ функцияларынын кесилишкен чекитинин абсциссасы $x^2 = \frac{5}{x}$ теңдеменин тамыры болот. Сүрөттөн тамырдын жакындатылган мааниси 1,7 барабар экендиги көрүнүп турат.

Теңдемени чыгаруунун колдонулган ыкмасы *графиктик ыкма* деп аталат.



31-сүрөт.



32-сүрөт.

Теңдемени графиктик ыкма менен чыгарууга дагы бир мисал карайбыз. x^3-1,2x+0,5=0 теңдемени чыгарабыз. Бул теңдемени x^3=1,2x-0,5 түрүнө келтирип, бир эле координаттык тегиздикте $y=x^3$ жана y=1,2x-0,5 функциялардын графиктерин түзөбүз (32-сүрөт). Алардын графиктери үч чекитте кесилишет. Ал болсо, x^3=1,2x-0,5 тендемеси, демек, x^3-1,2x+0,5=0 тендемеси үч тамырга ээ болот дегендикке жатат. Тамырлардын жакындатылган маанилерин, б.а. графиктердин кесилишкен чекиттеринин абсциссаларын таап:

$$x_1 \approx -1{,}3; \quad x_2 \approx 0{,}5; \quad x_3 \approx 0{,}8$$

экенин алабыз.

КӨНҮГҮҮЛӨР

673. $y=x^2$ фунциянын графигин түзгүлө жана аны колдонуп теңдемени чыгаргыла:

а) $x^2=x+2$; б) $x^2+1,5x-2,5=0$.

674. Теңдемелерди адегенде графиктик ыкма менен, андан кийин тамырлардын формуласын пайдаланып чыгаргыла:

а) $x^2=0,5x+3$; б) $x^2-3x+2=0$.

675. Теңдемени графиктик ыкмада чыгаргыла:

а) $\frac{8}{x}=-x+6$ б) $\frac{8}{x}=x^2$.

676. $y=\frac{6}{x}$ фунциянын графигин түзгүлө жана аны найдаланып тендемени чыгаргыла:

а) $\frac{6}{x}=x$; б) $\frac{6}{x}=-x+6$.

677. Графиктин жардамы менен $\frac{1}{x}=ax+b$ теңдемеси канча тамырга ээ болорун аныктагыла, мында a жана b лар кандайдыр бир сандар.

678. Теңдемелерди графиктик ыкма менен чагаргыла (678-679):

а) $x^2-x+1=0$; б) x^2+2x-4.

679. а) $\sqrt{x}=5-x$; б) $\sqrt{x}=\frac{4}{x}$.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

680. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө:

а) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$; б) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$.

681. Кыргыз Республикасынын физикалык картасынын масштабы 1: 2 500 000. Картада: 1) Бишкектен Токмокко чейинки аралык 2 см ден чоң; 2) Өзгөндөн Кара-Кулжага чейинки аралык 2 см ден кичине. Чындыгында бул аралыктардын узундугу кандай?

682. Жаңы конушта үй тургузуп жаткан үй-бүлөнүн сыйымдуу идишинде таза суу толтура. Эгерде бул идиштеги сууну күйөөсү жалгыз ичсе, анда, ал 14 күндө бүтөт, ал эми аялы экөө биригип, сууну 10 күндө ичип бүтөт. Аялы сууну жалгыз ичип канча күндө бүтүрөт?

683. Белгилүү убакытта туристтер 21 км. жолду басып өтүшү керек эле. Бирок, алар болжолдогондон 1 км/саат чоң ылдымдыкта жүрүшүп, жолду жарым саатка тезирээк өтүштү. Туристтер жолду кандай ылдамдыкта өтүүнү болжолдошту эле?

684. Акча алмаштыруу жайында валюталардын төмөнкү курс таблицасы илинип турат:

Валюталар	Сатып алуу (сом)	Сатылышы (сом)
АКШ доллар, $	43,60	44,10
Россия, рубль	1,21	1,32
Казахстан, теңге	0,290	0,303

Колуңдагы **а)** кыргыздын 10 000 сомуна канча АКШ долларын, **б)** орусия рублин жана **б)** казак тенгесин алса болт? в) казактын 10 000 теңгесине канча сом алса болот?

V ГЛАВАНЫ КАЙТАЛОО ҮЧҮН СУРООЛОР

1. *Виеттин теоремасын айткыла. Мисалдар келтиргиле.*
2. *Биквадраттык теңдемеге мисал келтиргиле; рационалдык теңдемеге мисал келтиргиле.*
3. $ax^2+bx+c=0$ *кандай теңдеме деп айтылат?*
4. *Берилген* x_1, x_2 *лер боюнча теңдеме түзгүлө;* $x_1=2$, $x_2=3$
5. *Квадраттык үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуунун формуласын жазгыла. Мисалдар келтиргиле.*

V ГЛАВАГА КӨНҮГҮҮЛӨР

685. Теңдемелерди чыгаргыла (685—687):

1) $3x^2-27=0$;
2) $5x^2-125=0$;
3) $3x^2-12x=0$;
4) $3x^2=0$;
5) $5x^2-20x=0$;
6) $x^2-6x+8=0$;
7) $3x^2+8x+5=0$;
8) $4x^2-10x-6=0$;
9) $5x^2+4x=12$;
10) $x^2=3x+10$.

686. 1) $(x^2-2)^2-9(x^2-2)+14=0$; 3) $(x^2-5)^2-5(x^2-5)+6=0$;
2) $(x^2+3)^2-14(x^2+3)+24=0$; 4) $(x^2-5x+6)^2+(x^2-5x+6)-2=0$.

687. 1) $\frac{4}{x^2-9}+\frac{x+1}{x-3}=1$; 4) $\frac{x}{x-3}-\frac{3}{(x-3)^2}=5$;

2) $\frac{x}{x-5}+\frac{10}{(x-5)^2}=2$; 5) $\frac{12}{x^2-25}+\frac{x+1}{x-5}=4$;

3) $\frac{x-1}{x-4}+\frac{5}{(x-4)^2}+3$; 6) $\frac{x}{x-2}-\frac{6}{x^2-4x+4}=9$.

688. Төмөнкү теңдемелерден x_1+x_2, $x_1 \cdot x_2$ ни тапкыла:

1) $x^2-5x-14=0$; 3) $12x^2-10=0$;
2) $20x^2-7x-6=0$; 4) $5x^2-3x=0$.

689. Тамырлары боюнча квадраттык теңдемени жазгыла:

1) –2 жана 3;
2) 5 жана $\frac{1}{3}$;
3) $\sqrt{2}$ жана $-\sqrt{6}$;
4) $3-\sqrt{5}$ жана $3+\sqrt{5}$;
5) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ жана $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$;
6) $2a-b$ жана $a-2b$.

690. Квадраттык теңдеменин дискриминантын эсептегиле жана тамырлардын санын көрсөткүлө:

№	Теңдемелер	Дискриминат	Тамырлардын саны
1	$4x^2-x-4=0$		
2	$9x^2-6x+1=0$		
3	$9x^2-5x+1=0$		

691. Теңдемелердин тамырларынын суммасы жана көбөйтүндүсү канчага барабар экенин көрсөткүлө:

№	Теңдемелер	x_1+x_2	$x_1 \cdot x_2$
1	$x^2-5x+4=0$		
2	$7x^2-6x=0$		
3	$5x^2-8=0$		
4	$2x^2+6x-4=0$		
5	$5x^2+x-6=0$		

692. $2-\sqrt{11}$ жана $2+\sqrt{11}$ сандарынын ар бири $x^2-4x-7=0$ теңдемесинин тамыры болсо аларын далилдегиле.

693. $2x^2+5x-3=0$ теңдемесининин x_1 жана x_2 тамырларын эсептебестен $x_1+x_2+x_1 \cdot x_2$ ни тапкыла:

694. Таблицаны толтургула:

№	квадраттык үч мүчө	*a* коэффициенти	тамырлары	көбөйтүүчүлөргө ажырашы
1	$2x^2+5x+2$	2	–2; –0,5	$2(x+2)(x+0,5)$
2	$3x^2-21x+8$			
3				$5(x-3)(x+2)$

695. $x^2-mx-12=0$ теңдемесинин бир тамыры 4. Экинчи тамырын жана *m* коэффициентин тапкыла.

696. Биквадраттык теңдемени чыгаргыла:

1) $x^4-7x^2+12=0$; 2) $x^4-15x^2+50=0$;

3) $9x^4-10x^2=-1$; 5) $4x^4-17x^2=-4$;

4) $x^4-x^2-12=0$; 6) $x^4-\frac{1}{2}x^2=1$.

697. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $-\frac{6b}{11b}$; 5) $\frac{2a^2-2b^2}{-3a-3b}$; 9) $\frac{(2x-2y)^2}{4x^2-4y^2}$;

2) $\frac{-18y}{24y}$; 6) $\frac{16-a^2}{8+2a}$; 10) $\frac{x^3-6x^2+9x}{x^4-6x^3+9x^2}$

3) $\frac{32a^5}{-12a^3}$; 7) $\frac{6a^4b^7}{8a^3b^6}$; 11) $\frac{-3a+6}{a^2-4a+4}$;

4) $\frac{x^2-3x}{x^2-9}$ 8) $\frac{a^2-9}{ab+3b}$ 12) $\frac{2x^2+8x-90}{3x^2-36x+105}$.

698. Көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

1) $x^2-9x+8=0$; 3) $105+x^2=22x$;

2) $-x^2+2x+3=0$; 4) $a^8-1=0$.

699. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\frac{x^2+4x-21}{3x^2+22x+7}$; 3) $\frac{a^2+6a-91}{a^2+8a-105}$;

2) $\frac{b^2+7b}{b^2-2b-63}$; 4) $\frac{c^2-6c-7}{c^2-7c}$.

700. Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $\frac{2x-2}{x+3}-\frac{x+3}{3-x}=5$; 5) $\frac{1}{x+1}+\frac{2x-1}{x^3+1}=\frac{2}{x^2-x+1}$;

2) $\frac{4}{9y^2-1}-\frac{4}{3y+1}=\frac{5}{1-3y}$; 6) $\frac{4}{x^2-2x+4}=\frac{3}{x+2}-\frac{2}{x^3+8}$;

3) $\frac{3}{x}-\frac{4}{1-x}=\frac{5-x}{x^2+1}$; 7) $x^2=\frac{3x+4}{2}$;

4) $\frac{3x-2}{2}+\frac{1}{2-x}=\frac{3x-4}{x^2+2x}$; 8) $x^4-25x^2-a^2x^2+25a^2=0$

701. $x^2+bx+24=0$ теңдемесинин тамырларынын бири 8ге барабар. Анын экинчи тамырын жана b коэффициентин тапкыла.

702. $x^2-12x+q=0$ теңдемесинин тамырларынын айырмасы 2ге барабар болсо, q ну (бош мүчөсүн) тапкыла.

703. Теңдемелерди чыгаргыла:

$x^8-15x^4-16=0$; 2) $x^4-2x^2-8=0$.

704. $2x^2+5x-3=0$ теңдемесин чыгарбай туруп:

1) x_1+x_2, $x_1\cdot x_2$; 2) $x_1^2+x_2^2$; 3) $x_1^2+x_2^2$ чоңдуктарын тапкыла.

705. Үч бурчтуктун бийиктиги анын негизинен 3 см ге кичине. Аянты 14 $см^2$ болсо, үч бурчтуктун негизин тапкыла.

706. Акпаган сууда ылдамдыгы 20 км/саат болгон катер 3 саатта дарыянын агымына каршы 36 км, агымы боюнча 22 км жүрдү. Дарыянын агымынын ылдамдыгын тапкыла.

707. Эгерде удаалаш үч жуп сандардын биринчи экөөнүн квадраттарынын суммасы үчүнчүсүнүн квадратына барабар болсо, ал санды тапкыла.

708. Эки удаалаш натуралдык сандардын суммаларынын квадраты алардын квадраттарынын суммасынан 112ге чоң. Ал сандарды тапкыла.

709. Удаалаш үч натуралдык сандардын биринчи экөөнүн квадраттарынын суммасы үчүнчүсүнүн квадратынан 32ге чоң. Ошол сандарды тапкыла.

710. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы c га барабар. Гипотенузага түшүрүлгөн бийиктик аны эки кесиндиге бөлөт. Алардын бири ага жанаша жатпаган катетке барабар. Катеттерди тапкыла.

ТУУРА ЖООБУН ТАПКЫЛА (ТЕСТ):

1. $x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ болсо, квадраттык теңдемени түзгүлө:

а) $x^2-x-1=0$; б) $x^2+x-1=0$; в) $x^2-x+1=0$.

2. Берилген сан экинчи санга караганда 3кө чоң, алардын кө-бөйтүндүсү 180. Ошол сандарды тапкыла.

а) (–15; –12) же (12; 15); б) –12; 15; в) –15; 12.

3. Виеттин теоремасын пайдаланып, теңдемени чыгарбай туруп тамырларынын белгисин аныктагыла: $3x^2+5x+7=0$.

а) экөө тең оң;

б) экөө тең терс;

в) бири оң, экинчиси терс.

$$C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$
$$m! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times (m-1) \times m$$
$$0! = 1$$

VI глава

КОМБИНАТОРИКАНЫН ЭЛЕМЕНТТЕРИ

§ 36. Комбинаториканын элементтери

Тигил же бул объектилерди тандап алуу, аларды белгилөө, бир тартипте жайгаштыруулардын ичинен эң ыңгайлуусун издөө сыяктуу маселелер менен адамдар байыркы заманда эле кездешип келишкен. Мисалга алсак, аң уулоодо мергенчилерди, согуш учурунда аскерлерди, кийим коoздоодо уздарды, керамикага оймо-чийме түшүрүүдө ж.б. бир тартипте жайгаштыруу маселелери.

Биздин эранын VIII кылымында арабдар грек окумуштууларынын жетишкендиктерин үйрөнүп, теңдеме чыгаруу, эсептөө теориясын андан ары өркүндөтүшкөн. Каалаган даражадагы тамырдан чыгаруу маселесин чечүүдө эки сандын суммасынын каалаган даражасын табуу формуласына келишкен. «Ньютон биномунун формуласы» деп аталуучу формуланы XI кылымда Омар Хаям да билген. Арабдар менен катар эле биномиалдык коэффициенттерди кытайлар да эсептешкен. Мисалы, VIII кылымда И. Синь деген адам шахматка окшогон оюндагы фигуралардын ар түрдүү жайланыштарынын санын эсептеген.

Турмушта, практикада берилген чектүү сандагы элементтердин же объектилердин арасынан керектүү бир нечесин тандап алуу же аларды түрдүү жол менен жайгаштыруу жөнүндөгү маселелер көп кездешет.

1-мисал. ЦиркТин кассасына келген 10 киши канча түрдүү жол менен кезек күтүүлөрү мүмкүн?

2-мисал. 8-класста 30 окуучу бар. Старостаны жана анын жардамчысын канча ар түрдүү жол менен шайласа болот?

3-мисал. Автомобилдин номери 2 тамгадан жана 4 цифрадан турса, канча машинага номер берүүгө мүмкүн болот?

Мына ушул сыяктуу маселелерди чыгаруунун жалпы эрежеси – берилген чектүү сандагы көптүктүн элементтеринен тандап алуу жана аларды мүмкүн болгон ар түрдүү жайгаштырууларынын санын табуу болуп эсептелет. Мындай маселелер *комбинаториканын маселелерн* деп аталат.

Комбинаторика – чектүү көптүктүн элементтерин жайгаштыруу жана тандоонун ар түрдүү жолдорун аныктайт жана окутат. Комбинатордук объектилердин ар түрдүү жайланыштарынын жөнөкөй мисалы, *орун алмаштыруу, топтоштуруу* жана *орундаштыруу* болуп саналат. Демек, комбинаторикада орун алмаштыруу, топтоштуруу жана орундаштыруулар каралат. Комбинаторикада каралган чектүү көптүктүн элементтери катары: сандар, чекиттер, кесиндилер, шахматтык фигуралар жана башка объектилер каралат.

4-мисал. 5 кесинди, 10 чекитти, ар бир кесиндиде төрттөн чекит боло тургандай жайгаштыргыла.

Изделүүчү конфигурация «беш жылдыз» (анын сүрөтүн тарткыла).

Биз практикада «бир короо кой», «бир үйүр жылкы», «сегизинчи класстын окуучулары», «үндүү тамгалар», «натуралдык сандар» жана башка деген сүйлөмдөрдү көп эле кездештиребиз. Мындай сүйлөмдөрдү математикада **көптүктөр** деген термин менен алмаштырып да айтышат.

Мисалы, короодогу койлордун көптүгү, сегизинчи класстагы окуучулардын көптүгү, кыргыз тилиндеги үндүү тамгалардын көптүгү, натуралдык сандардын көптүгү жана башка. Булардын ар бири өзүнчө көптүк болот. Демек, көптүк деген термин «тобу», «жыйындысы», «классы», «группасы», «чогуусу» жана башка сөздөрдү алмаштырат. Көптүк деген түшүнүк математикадагы негизги түшүнүктөрдүн бири. Ага аныктама берилбейт.

1. Комбинаториканын маселелери

Комбинаторика маселелери алгач XVII—XVIII кылымдарда ыктымалдык теориясынын өнүгүшүнө байланыштуу келип чыккан. Комбинаторика маселелери жалаң гана математикада кездешпестен, химия, биология, лингвистикада да кездешет. Демек, комбинаторика эл чарбасынын маселелерин чечүүдө, информациялар технологиясында, ыктымалдык теорияларында жана башкаларда кеңири колдонулат. Мисалы, окуучуларды кандайдыр бир иретте отургузуу, сабактардын расписаниесин түзүү, жаңы механизмдин моделин түзүп жаткан конструктордук тетиктерди кандайдыр бир ирееттүүлүктө жайгаштыруу, айдоо талаасына тигилүүчү дан өсүмдүктөрүн керектүү ирееттүүлүктө бөлүштүрүү. Ошондой эле шахмат, домино, тогуз коргоол, карта оюндарынын жүрүштөрүнө карата маселелер келип чыккан.

5-мисал. 8 Ферзяны 8×8 өлчөмдүү доскага бири-бирине коркунуч туудурбагандай кылып, канча жол менен жайгаштырууга болот?

Комбинаторика көптүктөр теориясы менен тыгыз байланышта. Ар кандай комбинатордук маселени чектүү көптүктөр жөнүндөгү маселеге алып келүүгө болот. Төмөндөгүдөй маселени карап көрөлү.

6-мисал. Комиссиянын составына 5 кишини даярдап келишти. Алардан 3 кишиден турган комиссияны канча түрдүү жол менен тандап алууга болот? Бул комбинатордук маселе. Аны көптүктүн тилинде төмөндөгүдөй айтууга болот: 5 элементтен турган көптүк берилсе, андан 3 элементтен турган канча камтылган көптүктү түзүүгө болот?

Бизге кандайдыр бир чектүү көптүк берилсин. Бири-биринен элементтери же элементтеринин ирети менен айырмаланган камтылган көптүк **биригүү** деп айтылат. Биригүүлөр үч түрдүү: орундаштыруу, орун алмаштыруу жана топтоштуруулар болот.

2. Орундаштыруу

1-аныктоо: **Бири-биринен элементтери же элементтеринин жайгашкан ирети боюнча айырмаланган, берилген *m* элементтин n элементинен түзүлгөн биригүү, *m* элементтен *n* боюнча орундаштыруу деп аталат.**

Мисалдагы биригүүдө беш элементтен үчтөн (элементи менен айырмаланган) орундаштыруу түзүлгөн.

Бизге *a, b, c* үч элемент берилсин. Алардан бир, эки, үч элементтен турган биригүүлөрдү түзөлү:

бир элементтен: *a, b, c*.

эки элементтен: *ab, ac, bc, ba, ca, cb*.

үч элементтен: *abc, acb, bac, bca, cab, cba*.

Мындан эки элементтен турган биригүүлөрдү карасак, алар же элементтери менен, мисалы *ab* жана ac, же элементтеринин ирети менен, мисалы *ab* жана *ba* айырмаланышат. Мындай биригүү үч элементтен эки боюнча орундаштырууну берет.

Бизге *a, b, c, d* элементтери берилсин, анда бирден: *a, b, c, d*; эки боюнча бириктирсек: *ab, ac, ad, ba, bc, bd, ca, cb, cd, da, db, dc* алынат. Же:

$$\left.\underbrace{\begin{matrix} ab & ac & ad \\ ba & bc & bd \\ ca & cb & cd \\ da & db & dc \end{matrix}}_{\text{3 мамыча}}\right\}\text{4 жолчо}$$

Мындай биригүүлөрдүн саны 4·3=12.

Үч боюнча орундаштырууну:

$$\underbrace{\left.\begin{matrix} abc & abd & acd & acb & adb & adc \\ bac & bad & bca & bcd & bda & bdc \\ cab & cad & cba & cdb & cda & cdb \\ dab & dac & dba & dbc & dca & dcb \end{matrix}\right\}}_{6\ \text{мамыча}} 4\ \text{жолчо}$$

Мындагы биригүүлөрдүн саны 4·6=24 болору көрүнүп турат. m элементтен n боюнча орундаштыруулардын санын эсептөөнү карайлы. Аны A_m^n деп белгилейли. Анда жогорудагы төрт элементтен бир, эки, үч боюнча орундаштыруулары $A_4^1=4$, $A_4^2=12$, $A_4^3=24$.

$\underbrace{a, b, c, d,\ldots, e, f}_{m\ \text{элемент}}$ берилсин, анда

$A_m^1=m$.

$A_m^2=m(m-1)$,

$A_m^3=m(m-1)(m-2)$,

$A_m^4=m(m-1)(m-2)(m-3)$,

$A_m^5=m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)$.

Демек, m элементтен n боюнча орундаштыруунун санын

$$A_m^n=m(m-1)(m-2)\ldots[m-(n-1)] \qquad (1)$$

формуласы менен эсептелет.

7-мисал: Меймандар үчүн даярдалган столго 6 отургучка 4 конокту канча түрдүү жол менен отургузууга болот? Бул маселени чыгаруу 6 элементтен 4 боюнча канча орундаштырууларды түзүүгө мүмкүн экендигин эсептөөгө алып келет. Мында m=6, n=4. Анда $A_6^4=6(6-1)(6-2)(6-3)=6\cdot5\cdot4\cdot3=360$. Демек, 4 конокту 6 орунга 360 түрдүү жол менен отургузууга болот.

3. Орун алмаштыруу

2-аныктоо: **Көптүктүн бардык элементтерин өзүндө кармаган жана бири-биринен элементтеринин жайгашкан ирети менен гана айырмаланган биригүү – орун алмаштыруу деп аталат.**

Орун алмаштыруунун санын P_m менен белгилейбиз. Орун алмаштырууну орундаштыруунун айрым учуру $m=n$ катары кароого болот. Ошондуктан

$$P_m=A_m^n=m(m-1)(m-2)...[m-(m-1)],$$

$$\text{б.а. } P_m=m(m-1)...2\cdot1 \text{ же } P_m=m! \qquad (2)$$

мында P французча «*permutation*» деген сөзүнүн башкы тамгасынан алынган, «орун алмаштыруу» дегенди түшүндүрөт, ал эми m! «m факториал» деген жазуу 1 ден m ге чейинки натуралдык сандардын көбөйтүндүсүн түшүндүрөт.

8-мисалы. 6 окуучуну 6 отургучка канча түрдүү жол менен отургузууга болот? Бул маселени чыгаруу 6 элементтен түзүлгөн орун алмаштыруулардын санын эсептөөгө алып келет. Демек, 6 окуучуну 6 отургучка канча түрдүү жол менен ордун алмаштырып отургузууга боло тургандыгын эсептөө керек.

Жогорудагы (2) формуласын колдонобуз. m=6 болот.

$$P_6=6!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6=720.$$

Ошентип, 6 окуучуну 6 отургучка 720 түрдүү жолу менен отургузууга болот.

9-мисал. Кызыл, боз, ак болгон үч түстүү кездеме бар. Ар башка эки түстүү канча желек түзүүгө болот? (Кездемелер горизонталь боюнча узунунан жайгашат).

Чыгаруу: Төмөнкү таблица бардык учурларды камтыйт:

желектин түрлөрү	1	2	3	4	5	6
түс						
түс						

Ар башка эки түстүү 6 желек түзсө болот. Формула боюнча да $A_3^2=3(3-1)=3\cdot2=6$.

4. Топтоштуруу

m элементтен n боюнча орундаштыруулардын ичинен бири экинчисинен жок дегенде бир элементи менен айырмаланган биригүүлөрдү карайлы. Мисалы, берилген a, b, c, d төрт элементтен үчтөн биригүүлөрдү түзөлү: abc, abd, acd, bcd. Мындай биригүү төрт элементтен үчтөн топтоштуруу деп аталат.

3-аныктоо: **m элементтин n элементинен турган жана бири-биринен жок дегенде бир элементи менен айырмаланган биригүү – m элементтен n боюнча түзүлгөн топтоштуруу деп аталат.**

m элементтен n боюнча түзүлгөн топтоштуруунун бардыгы орундаштыруунун ичине кире тургандыгы көрүнүп турат. Мисалы, бизге a, b, c, d төрт элемент берилсин. Бул элементтерди үч боюнча орундаштырсак, анда төмөндөгүдөй болот:

abc, abd, acd, bcd. Ар бир топтоштурууда мүмкүн болгон бардык орун алмаштырууларды жүргүзөлү:

$$\begin{array}{cccc} abc & abd & acd & bcd \\ acb & adb & adc & bdc \\ bac & bad & cad & cbd \\ bca & bda & cda & cdb \\ cab & dab & dac & dbc \\ cba & dba & dca & dcb \end{array}$$

Ушундай орундаштыруулардын саны 6·4=24. Ошондуктан бул эрежени m элементтен турган көптүк үчүн жалпыласак, анда, m элементтен n боюнча орундаштыруулардын бардык саны, m элементтен n боюнча топтоштуруулардын санын n элементтен орун алмаштыруулардын санына көбөйткөнгө барабар:

$$A_m^n = C_m^n \cdot P_n$$

(С — француздун *«Combinaisίon»* деген сөзүнүн баш тамгасынан алынган, бизче которгондо *«топтоштуруу»* дегенди билдирет). Мындан топтоштуруулардын санын эсептөөчү формуланы алабыз:

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n} = \frac{m(m-1)(n-2)\ldots[m-(n-1)]}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n}.$$

Топтоштуруунун санын эсептөөчү формуланы төмөндөгүдөй түргө келтирүүгө болот:

$$C_m^n = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (m-1)m}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (m-n)} = \frac{P_m}{P_n\cdot P_{m-n}} = \frac{m!}{n!(m-n)!}. \qquad (3)$$

Мисалы, $C_4^2 = \frac{4\cdot 3\cdot 2}{1\cdot 2\cdot 2} = 6$.

Каалагандай n натуралдык саны үчүн $1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n$ көбөйтүндүнүн $n!$ (*«эн факториал»* деп окулат) деп белгилешет. 0!=1 деп кабыл алынган.

Мисалы: 1!=1;
2!=1·2=2;
3!=1·2·3=6;
4!=1·2·3·4=24;
5!=1·2·3·4·5=120.

Төмөнкү маселени карап көрөлү.

Бир жумушчу орунга 10 кандидаттын ичинен үчөө гана тандалыш керек. Аларды канча түрдүү жол менен тандоого болот? Изделүүчү сан бардык мүмкүн болгон 10 дон 3 **боюнча түзүлгөн** топтоштуруунун санын түзөт, б. а.

$$C_{10}^3 = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3} = 120.$$

m элементтен n боюнча түзүлгөн топтоштуруулар төмөндөгүдөй касиетке ээ болот. Жогорудагы формулада n ди $m–n$ ге алмаштырып төмөнкүнү алабыз:

$$C_m^{m-n}=\frac{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(m-1)m}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n\cdot1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(m-n)}=\frac{P_m}{P_n\cdot P_{m-n}}.$$

Бул формуланы жогорудагы менен салыштырсак

$$C_m^n-C_m^{m-n}$$

келип чыгат.

11-мисал. Окуучу китепканадагы беш кызыктуу китептен үчөөсүн канча түрдүү жол менен тандап алышы мүмкүн?

Чыгаруу. (3) формуласын колдонолу. Мында m=5, n=3.

$$C_5^3=\frac{5!}{3!(5-3)!}=\frac{5\cdot4}{1\cdot2}=10,$$

б. а. окуучу 10 ар түрдүү жол менен 5 китептен үчөөсүн тандашы мүмкүн.

11-мисал. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө: $\frac{7!\cdot4!}{10!}\left(\frac{8!}{3!\cdot5!}-\frac{9!}{2!\cdot7!}\right)$

Чыгаруу:

$$\frac{7!\cdot4!}{10!}=\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot1\cdot2\cdot3\cdot4}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\ 10}=\frac{7!\cdot2\cdot3\cdot4}{7!\cdot8\cdot9\cdot10}=\frac{1}{30},$$

$$\frac{8!}{3!\cdot5!}=\frac{5!\cdot6\cdot7\cdot8}{1\cdot2\cdot3\cdot5!}=56;\quad \frac{9!}{2!\cdot7!}=\frac{7!\cdot8\cdot9}{1\cdot2\cdot7!}=36,$$

$$\frac{8!}{3!\cdot5!}=\frac{9}{2!\cdot7!}=56-36=20.$$ Демек, $\frac{1}{30}\cdot20=\frac{2}{3}$.

КӨНҮГҮҮЛӨР

711. Эсептегиле:

1) $3!$; $5!$; $\frac{7!-5!}{4!}$; $\frac{10!+8!}{8!}$;

2) $\frac{100!}{99!}-\frac{99!}{98!}$;

3) $\frac{(n-2)!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}\right)n!$;

4) $P_1A_2^1+P_3A_3^2+P_3A_4^3+P_4A_5^4-P_1P_2P_3P_4$.

712. Эсептегиле:

1) C_5^3; C_4^2; C_{100}^9;

2) $C_5^3\cdot C_4^2+C_4^3\cdot C_4^2+C_3^1\cdot C_3^6$.

713. Жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{(k-2)!}{k!}$;

2) $\frac{(n+1)!}{(n-2)!}$;

3) $\frac{(n+3)!}{(n+1)(n^2-4)}$;

5) $\frac{3k!}{(2k-1)!}$;

4) $\frac{(n+2)!(n^2-9)}{(n+4)!}$;

6) $\frac{n!-(n-1)!}{(n+1)!}$.

714. Туюнтмалардын маанисин тапкыла:

1) $C_{10}^3+C_9^4$;

2) $\frac{A_{12}^4-A_1^4}{A_{10}^3}$;

3) $C_{11}^3+C_9^3$;

4) $\frac{A_{13}^3}{A_{15}^3+A_{14}^3}$;

5) $C_{15}^1-C_{16}^{14}$;

6) $\frac{A_{15}^4+A_{14}^5}{A_{15}^3}$;

7) $\frac{C_{16}^3+C_{16}^4+C_{17}^5}{C_{18}^6}$;

8) $\frac{A_{12}^4\cdot 7!}{A_{11}^3}$;

9) $\frac{C_{21}^4}{C_{19}^3+C_{19}^4+C_{20}^3}$;

10) $\frac{A_{15}^{12}}{A_{16}^3\cdot 12!}$.

715. Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $A_x^2=182$;

2) $A_{x-1}^2=156$;

3) $A_x^2+C_x^1=256$;

4) $A_{x-1}^2-C_x^1=79$.

716. Барабардыктарды далилдегиле:

1) $C_{12}^4+2C_{12}^5+C_{12}^6=C_{14}^6$;

2) $C_{15}^8+2C_{15}^9+C_{15}^{10}=C_{17}^{10}$.

3) $C_3^1+C_3^2+C_3^3=2^3$;

4) $C_{m+1}^n=C_m^{m-1}+C_m^n$.

717. 12 окуучуну үчтөн төрт группага канча түрдүү жол менен бөлүштүрүүгө болот?

718. Бир да номер кайталанбагандай болгон жети орундуу цифрадан турган телефон номеринен канчаны түзүүгө болот?

719. Чокулары томпок сегиз бурчтуктун чокулары болгон канча үч бурчтуктар, томпок сегиз бурчтуктун ичинде бар?

720. Айнуранын математика боюнча жети ар түрдүү китеби бар, ал эми Азаматтын физикадан тогуз ар түрдүү китеби бар. Беш китептен турган канча түрдүү өз ара алмаштырууларды жүргүзсө болот?

721. Эки цифрасы тең жуп болгон канча эки орундуу сан бар?

722. Сегиз адамдан турган комиссияны эки математик жана он экономисттерден түзүү керек. Составында жок дегенде бир математик болгондой канча түрдүү комиссия түзүүгө болот?

723. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 цифралардан канча үч орундуу жуп сан түзүүгө болот?

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

724. Эгерде тик бурчтуу параллелипипеддин бийиктиги $\sqrt{12,5}$ см болсо, туурасы $\sqrt{5}$ см, узундугу $\sqrt{10}$ см болсо, анын көлөмүн тапкыла.

725. Биринчи квадраттын аянты 7,68 м^2, экинчиники –3 м^2. Биринчи квадраттын жагы, экинчи квадраттын жагынан канча эсе чоң?

726. Төмөнкү мезгилдүү чексиз ондук бөлчөктөрдү кадимки бөлчөк түрүндө көрсөткүлө:

1) 0,(7); 2) 1,(3); 3) 2,(31);
4) 0,(52); 5) 1,1(3); 6) 2,3(7).

§ 37. Ыктымалдык түшүнүгү. Жөнөкөй ыктымалдыктар маселелерин чыгарууда комбинаториканын колдонулушу

Окуя деп ар кандай кубулуштарды түшүнсө болот. Окуучу баш бармактын тырмагы менен тыйынды көкөлөтө чимирилтип ыргытсын. Тыйынды бир жолу ыргытканда ал герб же цифра жагынан түшүшү мүмкүн. Бирок тыйындын кайсы тарабынан түшүшүнө кызыкпастан, ошол натыйжанын биринин болушуна же болбошуна кызыксак, анда окуя түшүнүгүн берет. Бардык окуялар *шексиз* (мисалы, тыйынды ыргытканда же герб, же цифра жагынан түшүшү), *кокус* (мисалы, тыйынды бир эле жолу ыргытканда герб жагынан түшүшү), жана *мүмкүн эмес* (мисалы, бир айда 40 күн болот деп эсептелиши) окуялар болуп бөлүнөт.

Эгерде тыйынды өтө көп жолу ыргытса, анда анын жарымы герб, жарымы цифра менен түшөт деп ырастасак болот. Ушул сыяктуу эле, демографияда (калк жөнүндө илим) 0,514 саны өтө белгилүү. Эгерде жаңы төрөлгөн наристелердин өтө чоң санын алып карасак (кайсы гана доор, кайсы гана өлкө болбосун), анда ар бир 1000 наристенин 514ү эркек бала болот. Ушундай закон ченемдүүлүктөр окумуштууларды кызыктыра баштаган. Бул закон ченемдүүлүктөрдү сан менен туюнтуш үчүн ыктымалдык түшүнүгү киргизилген.

Бул же тигил чоңдуктун пайда болушу үчүн жүргүзүлгөн байкоо эксперимент же *сыноо* деп аталат. Биз бирдей сыноолордун n удаалаштыгын карайлы. Бул сыноолордун ар биринде кандайдыр бир A окуясынын пайда болушу же болбошун каттайлы. А окуясынын пайда болгон m санынын, бардык сыноолордун n санына болгон катышын б. а.

$$P(A)=\frac{m}{n},$$

А окуясынын жыштыгы деп атайбыз. Көбүнчө окуянын жыштыгын анын ыктымалдыгы катары каралат. Ыктымалдыктын негизги касиети:

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Шексиз окуянын ыктымалдыгы P(A)=1, мүмкүн эмес окуянын ыктымалдыгы $P(A)=0$, ал эми кокус окуянын ыктымалдыгы $0<P(A)<1$.

1-маселе. Ящикте 10 ак, 15 кара, 20 көк, 25 кызыл шар бар. Карабастан бир шар алып чыгышты. Чыгарылган шардын 1) ак; 2) кара; 3) көк; 4) кызыл болушунун ыктымалдуулугу канча?

Чыгаруу: $n=10+15+20+25=70$.

1) $P(A)=\frac{10}{70}=\frac{1}{7}$; 3) $P(A)=\frac{20}{70}=\frac{2}{7}$;

2) $P(A)=\frac{15}{70}=\frac{3}{14}$; 4) $P(A)=\frac{25}{70}=\frac{5}{14}$.

2-маселе. Конвертте 100 фото сүрөттүн арасында изделип жаткан сүрөт бар. Конверттен тандабастан 10 сүрөт чыгарылды. Алардын арасында изделген сүрөт бар экендигинин ыктымалдыгын тапкыла.

Чыгаруу. 100 фото сүрөттөн 10ду бөлүп алуу жолунун бардык саны C_{100}^{10}. Эми бизди кызыктырган ыңгайлуу окуяны эсептейли: алынган 10 сүрөттүн ичинде изделген сүрөт бар жана калган 9у башка сүрөттөр. Мындай жолдордун саны калган 99 сүрөттөн 9 сүрөттү бөлүп алуу жолунун санына барабар б. а. C_{99}^{9}. Анда изделген ыктымалдык

$$P=\frac{C_{99}^{9}}{C_{100}^{10}}=\frac{\frac{99!}{9!(99-9)!}}{\frac{100!}{10!(100-10)!}}=0{,}1.$$

3-маселе. Беш бирдей карточканын ар биринде л, б, о, о, т тамгаларынын бири жазылган. Бардык карточкаларды тандабай туруп бирден чыгарсак, «болот» деген сөз түзүлөөрүнүн ыктымалдыгы канча?

Чыгаруу. Карточкаларды номерлейли: $\begin{matrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\\ л & б & о & о & т\end{matrix}$. Бардык мүмкүн болгон учурлар: $n=P_5=5!=120$. Бул 120 учурдун экөөндө А окуясыны пайда болот («болот» деген сөз түзүлөөрүнүн болот): 2 3 1 4 5 жана 2 4 1 3 5. $P(A)=\frac{2}{120}=\frac{1}{60}$.

КӨНҮГҮҮЛӨР

727. а) Ойнолуучу сөөкчө ыргытылды. 6 упайдын түшүшүнүн ыктымалдыгы канчага барабар?

б) Ойнолуучу 2 сөөкчө ыргытылды. Аларда суммасында 6 упай болуп түшүүнүн ыктымалдыгы канчага барабар?

728. Ящикте 15 тетик бар, анын 10у жараксыз болгон. Карабай туруп 3 тетик алынды. Бул тетиктердин жараксыз болуу ыктымалдыгы канчага барабар?

729. Прибор 5 элементтен турат жана анын экөө эскирген элементтер. Приборду иштете баштасак, анын кандайдыр бир эки элементи иштей баштайт. Иштей баштаган элементтер эскирген эмес экенинин ыктымалдыгы канчага барабар?

730. Берилген 7 карточканын ар бирине төмөнкү тамгалардын бири басылып жазылган: а, е, к, и, т, р, п. Тандабай туруп алынган жана ирети менен катар коюлган 5 карточкадан «китеп» деген сөздү окууга мүмкүн болушунун ыктымалдыгы канчага барабар?

731. Ящикте 5 ак жана 7 кара шарлар бар. Бир эле убакытта карабас-тан 2 шар алып чыгышты. Чыгарылган шарлардын экөө тең ак болуп калышынын ыктымалдыгы канчага барабар?

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

732. $x=5{,}1\cdot 10^{-2}$, $y=3{,}68\cdot 10^{-2}$, $z=7{,}121\cdot 10^{4}$ экени белгилүү болсо, төмөнкү туюнтмалардын маанисин тапкыла:

1) $(x-y)z$; 2) $(x+y):z$.

733. Биринчи космостук ылдамдык $v_1=7{,}9$ км/с. Экинчи космостук ылдамдык v_2 биринчиден $\sqrt{2}$ эсе чоң. Экинчи космостук ылдамдыкты болжол менен тапкыла.

734. Төмөнкү сандарды салыштыргыла:

1) 5^{-3} жана 7^{-3}; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ жана $\left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$; 3) $(-2)^0$ жана $(-2)^{-2}$.

§ 38. Математикалык модель жөнүндө түшүнүк

Адамдын сырткы чөйрөнү таанып-билүүсү татаал процесс. Көп убакыттан бери эле математика реалдык дүйнөнүн кубулуштарын, процесстерин изилдөөнүн инструменти болуп калган. Бизге кандайдыр бир реалдуу обьектини (мисалы, Айдын Жерди айланышын, Кыргызстанда калктын санынын өсүшүн, бизнесмен алган кредиттин төлөө графиги ж. б.) окуп-үйрөнүү керек болсун.

Модель – бул изилденип жаткан объектинин касиеттерин, элементтеринин өз ара байланыштарынын, катыштарын жөнөкөй түрдө, окуп үйрөнүүгө ылайык чагылдырылып ойлонуп табылган объект. Бул объект (тагыраак модель): схема, чийме, график, логико- математикалык формулалар, физикалык конструкциялар, макет ж.б. түрүндө болот. Моделдештирүү методу, аналогия принцибине б.а. реалдуу объектини түздөн түз эмес, ага окшош жана анын изилдегенге ылайык объектилерди (моделдерди) окуп-үйрөнүү мүмкүнчүлүгүнө негизделген.

Матемакалык модель – математикалык символдор менен сырткы дүйнөнүн кандайдыр бир кубулуштарын болжолдуу жазуу. Математикалык модель түзүүнүн негизги максаты жүргүзүлгөн байкоолордон алынган маалыматтар боюнча кубулуштун маңызын түшүнүүгө жетишүү.

Математикалык модель окуп-үйрөнүлүүчү объектилерге (кубулуштарга) эч убакта **теңдеш барабар эмес, анын кээ бир касиеттери жана** өзгөчөлүктөрү каралбай калат. Моделдерди анализдегенде алынган жыйынтыктар реалдуу объекти үчүн болжолдуу мүнөзгө ээ. Алардын тактыгы математикалык моделдин объектиге дал келишинин даражасын аныктайт. Алынган жыйынтыктардын чындыгынын критерийи – практика, эксперимент болот.

Математикалык модель сырткы дүйнөнү таанып-билүүнүн күчтүү методу, ошондой эле прогноздоонун жана башкаруунун негизи.

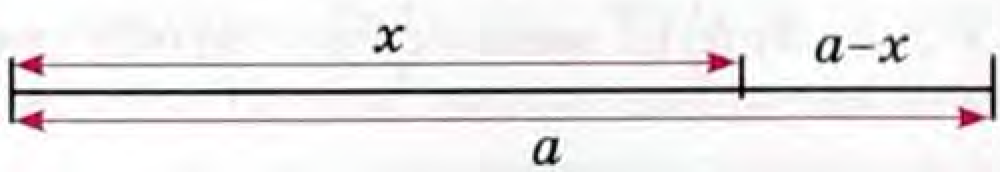
Математикалык моделдердин төмөнкүдөй түрлөрү бар:

1. Арифметикалык жана алгебралык моделдер. Мисалдар: а) «Алтын кесилиш».

Узундугу a болгон кесинди менен анын «алтын кеслишинин» узундугунун x ортосундагы байланыш

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a - x} \qquad (1)$$

формуласы менен жазылат (33 - сүрөт)



33-сүрөт.

б) «Пайыздык өсүш». Алгачкы M_0 суммасынын жылына P% менен өсүшү. Анда бир жылдан кийинки пайыздык өсүш M_1:

$$M_1 = M_0\left(1 + \frac{P}{100}\right) \qquad (2)$$

формуласы менен аныкталат.

2. Геометриялык моделдер. Мисалы, айлананын узундугу L менен r радиусунун ортосунда

$$L=2\pi r$$

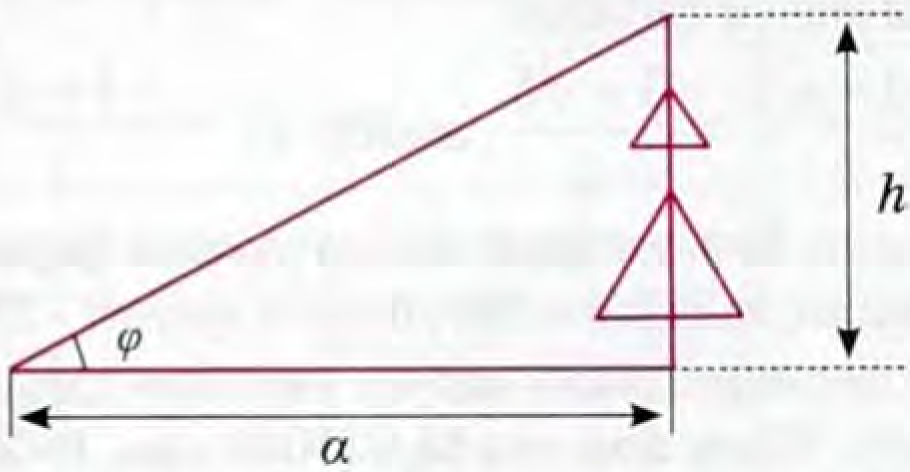
байланышы бар жана тегеректин аянты $S=\pi r^2$ формуласы менен эсептелет.

Ар кандай графиктер, диаграммалар, схемалар түрүндөгү геометриялык моделдер практикада көп колдонулат. Мамлекеттик автоинспекциянын (МАИ) кызматына жол-транспорт кырсыгында колдонулган геометриялык моделдер чыныгы ситуацияны так билгенге иллюстративдик инструмент болот.

3. Тригонометриялык моделдер. Мисалы, даракттын бийиктиги h белгисиз болсо, аны эсептөөчү тригонометриялык модель

$$h = a\,tg\varphi \text{ болот (34-сүрөт),} \qquad (3)$$

мында φ белгилүү бурч.



34-сүрөт.

4. Ыктымалдык- статистикалык моделдер. Мисалы, 8-класста n окуучунун m отличник, n-m и ударник болсо, доскага чакырылган окуучунун отличник болуп калышынын ыктымалдыгы $P = \dfrac{m}{n}$ формуласы менен жазылат.

5. Математикалык анализ моделдери. Математикалык моделдин 5-түрү жогорку математиканын аппараты, түшүнүктөрү менен жазылат.

Математикалык моделдердин негизинде алынган тыянактар кайсы бир учурларда биздин кубулуш жөнүндөгү билимибизге туура келбей калат. Ошентип, жаңы, кыйла өркүндөтүлгөн математикалык моделди түзүү зарылдыгы пайда болот. Математикалык моделди түзүүдөгү типтүү мисал – Күн системасынын модели. Анын моделин Птолемей, Н. Коперник, И. Кеплер, И. Ньютондор түзгөн, улам кийинки түзүлгөн моделдер жаңы ийгиликтерди берген.

Азыркы учурда, компьютердин пайда болушу менен, математикалык моделдештирүү методу, изилдөөнүн башка методдорунун ичинен алдыңкы орунга чыкты. Ал илим менен техникалык татаал маселелерин чыгарууга, оптималдык режимде иштөөчү жаңы техникалык каражаттардын долбоорлоого мүмкүндүк түзөт. Математикалык модель эл чарбасынын бардык тармактарында кеңири колдонулат.

1- маселе. Узундугу 1м келген тактайдын **алтын кесилиш** жүргүзгөн чекиттерин тапкыла.

Чыгаруу: (1) формуласы боюнча $\frac{1}{x}=\frac{x}{1-x}$ теңдемесин чыгаралы. Акыркы теңдемеден $x^2=1-x,\ x^2+x-1$ квадраттык теңдемесин алабыз. $D=1^2+4\cdot1=5$.

Анда $x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. Демек, $x_{1,2}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}<0$.

Алтын кесилиш жүргүзүлгөн бир чекитти $x_1^{\bullet}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ таптык. $x_2<0$ болгондуктан аны кароодон чыгарабыз. Экинчи чекитин $x_2^{\bullet}=1-x_1^{\bullet}$ формуласы менен табабыз:

$x_2^{\bullet}=1-\frac{-1+\sqrt{5}}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$, жообу: $x_2^{\bullet}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ м; $x_2^{\bullet}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$м.

2- маселе. Бир жылдык мөөнөт менен фермер бир менчик банктан жеңилдетилген, жылдыгы 20% болгон кредит - 25000 сом алды. Бир жылдан кийин фермер банкка канча сумма кайтарып берерин аныктагыла.

Чыгаруу. Шарт боюнча M_0=25000 сом, P=20%. Маселени чыгаруу үчүн (2) формуласын колдонолу:

$$M_1=M_0\left(1+\frac{P}{100}\right)=25000\left(1+\frac{20}{100}\right)=30000\text{ сом}$$

Жообу: 30000 сом.

3-маселе. Күн горизонттон 45^0 (чоң шашке) көтөрүлгөндө теректин бийиктигинин көлөкөсүнүн узундугу $a=12м$ди түзөт.Теректин бийиктигин тапкыла.

Чыгаруу. (3) формула боюнча
$h=atg\varphi=12\cdot tg45^0=12\cdot1=12м$. Жообу: 12*м.*

4-маселе. Бишкектеги «Lion» дүкөнүндө бир күндө эркектердин бут кийимдеринин төмөндөгүдөй размердеги 45 түгөйү сатылды:

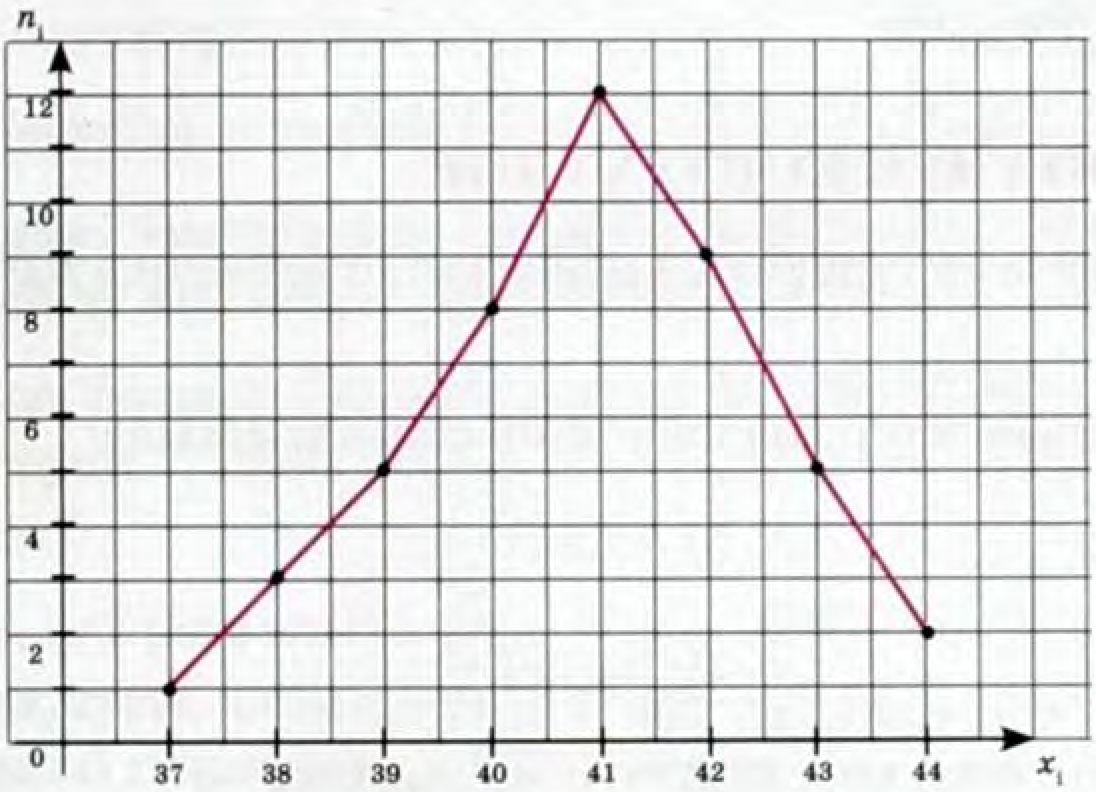
39	41	40	42	41	40	42	44	40	43	42
41	43	39	40	42	39	41	37	43	41	38
43	42	41	40	41	38	44	41	41	40	42
40	41	42	40	43	38	39	41	41	42	42
39										

Бул статистикалык маанилердин бөлүштүрүүсүн түзгүлө жана график түрүндө көргөзгүлө.

Чыгаруу. Берилген **статистикалык маанилерди** өсүшү боюнча жайгаштырып жана алардын ар бир мааниси канча жолу жолугарын эсептеп, төмөнкү статистикалык бөлүштүрүүнү алабыз:

Бут кий. разм., x_i	37	38	39	40	41	42	43	44	Баары
Түгөйлөр. саны, n_i	1	3	5	8	12	9	5	2	45

Алынган бөлүштүрүүнү график түрүндө көргөзөлү. График *полигон* деп аталат (35-сүрөт).



35 - сүрөт

КӨНҮГҮҮЛӨР

735. Узундугу 2м болгон тактайдын алтын кесилиш жүргүзүлгөн чекиттерин тапкыла.

736. Өзүңөр окуган 8-класста окуучулардын канча % эркек бала, канча % ы кыз бала экенин аныктагыла.

737. Үйүңөрдөгү чаканын, пиаланын, стакандын жогорку бетинин айланасынын узундугун жана диаметрин лента менен тагыраак ченегиле. Алардын катыштарын эсептеп көргүлө. $\pi \approx 3,14$ төн канчага айырмаланды?

738. 8-класста 25 окуучунун 10у отличник. Доскага чакырылган окуучунун отличник эмес болушунун ыктымалдыгы канча?

739. Биринчи курста окуган 52 студенттин жашы тууралуу маалымат алынды (толук жаштын гана саны келтирилди)

17	17	17	18	17	19	17	20	19	17	18
17	19	20	21	17	18	22	18	17	18	17
18	19	18	17	21	19	18	17	21	21	17
19	18	20	17	18	19	17	18	17	20	17
18	18	18	20	17	20	22	19			

Статистикалык бөлүштүрүүсүн түзгүлө жана график түрүндө көргөзгүлө.

740. Бизнесмен менчик банктан 2000 доллар жылдыгы 24% менен кредитти 2 жылга алды. 2 жылдан кийин бизнесмен канча сумма кайтарып берээрин тапкыла.

КАЙТАЛОО ҮЧҮН КӨНҮГҮҮЛӨР

741. 4 китепти канча ар түрдүү жол менен китеп текчесине жайгаштырыуу мүмкүн?

742. Сандары калькулятор колдонбостон салыштыргыла:

1) $\frac{2}{3}$ жана $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{5}$ жана $\frac{5}{24}$;

2) $\frac{3}{4}$ жана $\frac{4}{5}$; 4) $\frac{5}{6}$ жана $\frac{11}{12}$.

743. Тамыр белгисинен көбөйтүүчүнү чыгаргыла:

1) $\sqrt{9x^3}$; 3) $\sqrt{3a^4}$;

2) $\sqrt{27y}$; 4) $\sqrt{5\cdot 6^8}$.

744. Көбөйтүүчүнү тамыр белгисинин ичине киргизгиле:

1) $5\sqrt{5}$; 3) $3\sqrt{\frac{1}{3}}$;

2) $\frac{1}{2}\sqrt{12}$; 4) $10\sqrt{0{,}02}$.

745. Уюлдук телефондун баасы адегенде 10% га кымбаттады, андан кийин 10%га арзандады. Уюлдук телефондун баасы канчага өзгөрдү?

VI ГЛАВАНЫ КАЙТАЛОО ҮЧҮН СУРООЛОР

1. *Орундаштыруу, орун алмаштыруу, топтоштуруунун аныктамаларын айткыла. Мисалдар келтиргиле.*
2. *Сыноо деп эмнени айтабыз? Мисалдар келтиргиле.*
3. *Окуянын жыштыгы деп эмнени айтабыз? Мисалдар келтиргиле.*

4. *Ыктымалдыктын кандай негизги касиети бар?*
5. *Модель деп эмнени түшүнөбүз?*
6. *Математикалык модель деген эмне? Кандай түрлөрү бар?*

VI ГЛАВАГА КӨНҮГҮҮЛӨР

746. 6 фирмага 4 салыкчы-текшерүүчүнү бир-бирден канча түрдүү жол менен бөлүштүрүп жөнөтүүгө болот?

747. Эсептегиле

а) $\frac{5!-7!}{3!}$; б) $\frac{(m-2)!}{m!}$.

748. 6 фирмага 6 салыкчы- текшерүүчүнү бир-бирден канча түрдүү жол менен бөлүштүрүп жөнөтүүгө болот?

749. 1,2,3 санынан үч орундуу канча сан түзсө болот?

750. 8-класста 24 окуучу бар. Ошол класстан 3 окуучудан турган команданы канча жол менен түзүүгө болот?

751. Шахмат боюнча Бишкек шаарынын чемпионаты бир айлампада жүргүзүлөт. Эгерде 10 шахматист катышса, анда канча партия ойнолот?

752. Гүлдесте 2 роза жана 1 георгинден жасалган. Ар түрдүү түстөгү 5 роза (ак, сары, кызыл, кызгылт, кара күрөң) жана 3 георгин (ак, кызыл, сары) гүлдөрүнөн канча ар түрдүү гүлдесте жасоого болот?

753. Түз сызыкта 3 чекит, ал эми параллель түз сызыкта 4 чекит белгиленген. Чокулары ошол чекиттер болуп эсептелген канча үч бурчтук түзүүгө болот?

ТУУРА ЖООБУН ТАПКЫЛА (ТЕСТ):

1. Теңдемени чыгаргыла $A_x^2 + C_x^1 = 144$.

а) 12; б) 14; в) 10.

2. Ар түрдүү түстөгү 8 розадан курамы 3 гүлдөн турган канча ар түрдүү гүлдесте жасоого болот?

а) C_8^3; б) P_3; в) A_8^3.

3. 5 окуучудан курамында 3 окуучу турган бригаданы канча ар түрдүү жол менен тандап алса болот?

а) 8; б) 10; в) 12.

КАЙТАЛОО

§ 39. Жалпы курсту кайталоо үчүн көнүгүүлөр

754. Туюнтмаларды көп мүчөгө өзгөрткүлө:

1) $5x^2(x^2-2x+3)$;
2) $-8y^2(y^2-5x-1)$;
3) $(a^2-5a+4)(2a+3)$;
4) $(3b\text{-}2)(b^2\text{-}7b\text{-}5)$;
5) $3x^2(-5x^2+4x-1)+16x^4$;
6) $8y^6-2y^3(1-5y-y^2+4y^3)$;
7) $(a^2+7a+3)(a^2-4a+2)$;
8) $(b^2-3b-5)(b+3b-5)$.

755*. Теңдештикти далилдегиле:

1) $a^4+a^2+1=(a^2+a+1)(a^2-a+1)$;
2) $b^8+b^4+1=(b^4+b^2+1)(b^4+b^2+1)$;
3) $c^4+4=(c^2-2c+2)(c^2+2c+2)$.

756. Эгерде $a-b=9$ болсо, анда төмөнкү бөлчөктөрдүн маанилерин тапкыла:

1) $\frac{36}{(a-b)^2}$;
2) $\frac{108}{(b-a)^2}$;
3) $\frac{(5a-5b)^2}{45}$;
4) $\frac{a^2+ab+b^2}{a^3-b^3}$.

757. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{x^2-2x}{x-3}-\frac{4x-9}{x-3}$;
2) $\frac{y^2-10}{y-8}-\frac{54}{y-8}$;
3) $\frac{a^2}{a^2-b^2}+\frac{b^2}{b^2-a^2}$;
4) $\frac{x^2-2x}{x^2-y^2}+\frac{2y-y^2}{y^2-x^2}$.

758. Эгерде $\frac{x}{y}=5$ экени белгилүү болсо, анда төмөнкү туюнтмалардын маанилерин тапкыла:

1) $\frac{x+y}{y}$; 2) $\frac{x-y}{y}$; 3) $\frac{y}{x}$; 4) $\frac{x+2y}{x}$.

759*. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{2b^2-bc}{b^2-0{,}25c^2}-\frac{2c}{2b+c}$;
2) $\frac{2x-1}{x^2-0{,}5x}+\frac{4x+2}{x^2+0{,}5x}$;
3) $\frac{2y^2-y}{y^2-y+\frac{1}{4}}-\frac{2y^2+y}{y^2+y+\frac{1}{4}}-\frac{1}{y^2-\frac{1}{4}}$;
4) $\frac{a^2+0{,}3ab}{ab+0{,}3b^2}-\frac{ab-0{,}7b^2}{a^2-0{,}7ab}$;
5) $\frac{1{,}8xy+0{,}81y^2}{0{,}81y^2-4x^2}+\frac{2x}{2x-0{,}9y}$;
6) $\frac{6a}{2{,}25a^2-0{,}64}-\frac{8}{6a-3{,}2}$.

760. Өзгөрмөлөрдүн бардык мүмкүн болгон маанилеринде төмөнкү туюнтманын мааниси нөлгө барабар экенин далилдегиле:

$$\frac{1}{(a-b)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(a-b)}+\frac{1}{(b-c)(c-a)}.$$

761. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө (761—762):

1) $\frac{5}{y-3}+\frac{1}{y+3}-\frac{4y-18}{y^2-9}$;

2) $\frac{2a}{2a+3}+\frac{5}{3-2a}-\frac{4a^2+9}{4a^2-9}$;

3) $\frac{2b^2+10}{3by+15y}+\frac{b^2-3b}{by-3y}-\frac{2b}{3y}$;

4) $\frac{14ax-21x}{10a-15}-\frac{6ax+9x}{8a+12}+\frac{x}{10}$;

5) $\frac{4m}{4m^2-1}-\frac{2m+1}{6m-3}+\frac{2m-1}{4m+2}$;

6) $\frac{1}{(x+y)^2}-\frac{2}{x^2-y^2}+\frac{1}{(x-y)^2}$;

7) $\frac{4a^2+3a+2}{a^2-1}-\frac{1-2a}{a^2+a+1}$;

8) $\frac{x-y}{x^2+xy+y^2}-\frac{3xy}{x^3-y^3}+\frac{1}{x-y}$.

762*. 1) $\frac{1}{a(a-b)(a-c)}+\frac{1}{b(b-c)(b-a)}+\frac{1}{c(c-a)(c-b)}$;

2) $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)}+\frac{y^2}{(y-x)(y-z)}+\frac{z^2}{(z-x)(z-y)}$.

763*. Төмөнкү бөлчөктү бүтүн туюнтма жана бөлчөктүн суммасы же айырмасы түрүндө көрсөткүлө:

1) $\frac{x^2-3x+6}{x-3}$;

2) $\frac{y^2+5y-8}{y+5}$;

3) $\frac{a^2+7a+2}{a+6}$;

4) $\frac{3b^2-10b-1}{b-3}$.

764. a нын кандай маанилеринде төмөнкү туюнтмалар теңдеш барабар:

1) $\frac{2x}{x+3}$ жана $2+\frac{a}{x+3}$;

2) $\frac{x}{x-5}$ жана $1+\frac{a}{x-5}$;

3) $\frac{2x}{3-x}$ жана $\frac{a}{3-x}-2$;

4) $\frac{x+2}{5-x}$ жана $\frac{a}{5-x}-1$?

765. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $\frac{m^5+m^4+m^3}{m^3+m^2}\cdot\frac{m^5+m^3}{m^4+m^3+m^2}$;

2) $\frac{n^2-n^4+m^6}{1-n}\cdot\frac{n^2-1}{n^5-n^3+n}$.

766. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{a^2+ax+ab+bx}{a^2-ax-ab+bx}\cdot\frac{a^2-ax-bx+ab}{a^2+ax-bx-ab}$;

2) $\frac{x^2+ax-3x-3a}{x^2-ax-3x+3a}\cdot\frac{x^2+4x-ax-4a}{x^2+4x+ax+4a}$.

767*. Өзгөрмөлөрдүн бардык мүмкүн болгон маанилеринде төмөнкү туюнтманын мааниси a жана b дан көз каранды эместигин далилдегиле:

$$\frac{\frac{2}{3}a^2-2ab+\frac{2}{3}b^2}{\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2}+\frac{6b}{\frac{3}{4}a+\frac{1}{2}b}.$$

768*. Туюнтмаларды рационалдык бөлчөк түрүндө көрсөткүлө:

1) $\dfrac{x-\dfrac{yz}{y-z}}{y-\dfrac{xz}{x+z}}$; 2) $\dfrac{\dfrac{a-x}{a}+\dfrac{x}{a-x}}{\dfrac{a+x}{a}-\dfrac{x}{a+x}}$; 3) $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}}$; 4) $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}}$.

769. $y = \frac{1}{x}$ функциясынын графигине төмөнкү чекиттер тиеше-лүүбү?

1) $A(40;\ 0{,}025)$;
3) $C(0{,}016;\ 6\frac{1}{4})$;
2) $B(0{,}03125;\ 32)$;
4) $D(0{,}125;\ 0{,}8)$.

770*. Төмөнкү функциялардын графигин түзгүлө:

1) $y=\dfrac{4}{|x|}$; 3) $y=\dfrac{1}{|x|}$; 5) $y=-\dfrac{6}{|x|}$;

2) $y=\dfrac{2{,}4}{|x|}$; 4) $y=\dfrac{-1}{|x|}$; 6) $y=\dfrac{-3{,}6}{|x|}$.

771. Эгерде $x>\frac{1}{2}$ жана $y>4$ болсо, анда төмөнкүлөрдү далилдегиле:

1) $4x+3y>14$;
3) $x^2y>1$;
2) $2xy-3>1$;
4) $x^3+y^2>16$.

772. Барабарсыздыктарды чыгаргыла:

1) $x+4>3-2x$;
4) $7(x+5)+10>17$;
2) $5(y+2)\geq 8-(2-3y)$;
5) $\dfrac{3-x}{2}+\dfrac{x}{4}>7$;
3) $2(0{,}4+x)-2{,}8\geq 2{,}3+3x$;
6) $\dfrac{x}{6}-\dfrac{2-x}{3}\leq 5$.

773. Эгерде төмөнкүлөр аткарылса, анда x кандай бүтүн маанилерди ала алат:

1) $0\leq x\leq 7{,}2$;
3) $4<\frac{1}{3}x<5$;
2) $-5\frac{1}{3}\leq x\leq 0$;
4) $11<3x<13$?

774. Барабарсыздыктар системасын чыгаргыла:

1) $\begin{cases}5x-2\geq 6x-1,\\ 4-3x>2x-6;\end{cases}$
3) $\begin{cases}12x-3(x+2)\geq 7x-5,\\ 13x+6\leq (x-5)\cdot 2+3;\end{cases}$

2) $\begin{cases}7(x+1)-2x>9-4x,\\ 3(5-2x)-1\geq 4-5x;\end{cases}$
4) $\begin{cases}\dfrac{4x-5}{7}<\dfrac{3x-8}{4},\\ \dfrac{6-x}{5}-1<\dfrac{14x-3}{2}.\end{cases}$

775*. Төмөнкүлөрдү далилдегиле:

1) $2b-a<3a-2b$ барабарсыздыгы ошондо жана так ошондо гана аткарылат, качан $a>b$ болсо;

2) $a+2b>4a-b$ барабарсыздыгы ошондо жана так ошондо гана аткарылат, качан $a<b$ болсо;

3) $a-2b>3a+2b$ барабарсыздыгы ошондо жана ошондо гана аткарылат, качан $a+2b<0$ болсо;

4) $b-2a<4a+3b$ барабарсыздыгы ошондо жана так ошондо гана аткарылат, качан $3a+b>0$ болсо.

776*. 30% кислота кармаган көлөмү 5 л болгон эритмеге, башка 70% кислота кармаган эритме куя башташты. Келип чыккан аралашма 60% дан аз эмес кислота кармашы үчүн экинчи эритмеден биринчиге канча куюу керек?

777. Берилген барабарсыздыктардын чыгарылышы боло алган бүтүн сандарды тапкыла:

1) $\begin{cases} \frac{2x-5}{4}-2\le\frac{3-x}{3}, \\ \frac{5x+1}{5}>\frac{4-x}{4}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{10x-1}{3}-\frac{2-5x}{4}<\frac{5-3x}{6}, \\ \frac{2x+1}{2}\ge\frac{3+7x}{4}-\frac{5+4x}{5}. \end{cases}$

Бөлчөктөрдү кыскарткыла (778–784):

778. 1) $\frac{39a^5b^4c^3}{65b^5c^2}$; 2) $\frac{48x^6y^8}{54x^3\cdot y^8}$; 3) $\frac{m^2n^5t^3}{3m^4n^3}$; 4) $\frac{100p^6q^4z^2}{25p^6z^4}$.

779. 1) $\frac{x^2-2xy}{xy-2y^2}$; 2) $\frac{2a^2+4ab}{6b^2+3ab}$; 3) $\frac{1-x^2}{x^2-x}$; 4) $\frac{16a-4b}{5b-20a}$.

780. 1) $\frac{2xy+y^2}{xy+2x^2}$; 2) $\frac{10a^2-2ab}{15ab-3b^2}$; 3) $\frac{x^2-xy}{x^2-y^2}$; 4) $\frac{3x-6y}{18y-9x}$.

781. 1) $\frac{a^2-b^2}{a^4-b^4}$; 2) $\frac{x^6-y^6}{x^3-y^3}$; 3) $\frac{ax+ay-a}{bx+by-b}$; 4) $\frac{30x^2y-42x^3}{25y^3-35ac^2}$.

782. 1) $\frac{x^6-y^6}{x^3+y^3}$; 2) $\frac{a^2+b^2}{a^4-b^4}$; 3) $\frac{a-1}{a-a^2}$; 4) $\frac{x^2-y^2}{y^3+y^3}$.

783. 1) $\frac{ac+bc}{bc+ac}$; 2) $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$; 3) $\frac{x-1}{x^3-x}$;

784. 1) $\frac{8a^5-8a^3}{8a^5+16a^4+8a^3}$; 3) $\frac{5a^2bc-5a^2b^2-5a^3b}{7abc^2+7a^2c^2-7bc^3}$

2) $\frac{a^2x-a^2y-b^2x+b^2y}{ax-bx-ay+by}$; 4) $\frac{a^2x-b^2x+a^2y-b^2y}{ax+ay+bx+by}$.

785. Амалдарды аткаргыла:

1) $\frac{16}{81}\cdot\frac{27}{32}$; 3) $\frac{91}{46}\cdot\frac{23}{26}$; 5) $\frac{62}{5}\cdot(\frac{10}{93})^{-1}$; 7) $\frac{299}{989}:\frac{13}{43}$;

2) $\frac{55}{56}:\frac{11}{8}$; 4) $\frac{35}{48}\cdot\frac{16}{25}$; 6) $\frac{100}{0,4}:\frac{0,4}{10^{-2}}$; 8) $\frac{3}{625}:\frac{4}{25}$.

786. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө (786—772):

1) $xy\cdot\frac{1}{y}$; 2) $c:\frac{ac}{b}$; 3) $xy^3\cdot\frac{x}{y}$; 4) $ab\cdot\frac{a}{b^3}$.

787. 1) $\frac{2ab}{15c}\cdot\frac{9ab}{4a}$; 3) $\frac{9a}{bc}\cdot\frac{2c}{3ab}$;

2) $\frac{3xy}{9a^3}\cdot\frac{3a^2}{y}$; 4) $\frac{2x^2}{5y^3}\cdot\frac{15xy}{3}$.

788. 1) $(-\frac{x^2y^4}{2})\cdot\frac{x^5}{y^2x}$; 3) $\frac{a^{-3}b^{-2}}{c^{-1}}\cdot(-\frac{b^4}{a^{\ 3}})$;

2) $\frac{11a^3a^2}{7mq}\cdot(-\frac{21a^{-4}}{22m^{-2}})$; 4) $(-\frac{2a^2b^2}{3mn^2})\cdot(-\frac{a^9m^4}{14\ b^{10}\cdot n^{-3}})$.

789. 1) $\frac{20a^4x^3}{21b^7}\cdot\frac{7x^6y^{-2}b^4}{4a^3}\cdot\frac{3b^3x^2}{5a^6y}$; 3) $(\frac{a^2b^3}{c^5})^{-4}$;

2) $\frac{5a^2b}{3cd}:\frac{15b^4}{4cd}\cdot\frac{9b^3a^{-2}}{16c^{-2}}$; 4) $(\frac{2p^{-5}q^4}{a^2b^{10}})^2$.

790. Амалдарды аткаргыла:

1) $6x^3y(a+b):\frac{a^2-b^2}{3x^{-1}}$; 3) $\frac{a^3b^2}{3(a^2+b^2)}:\frac{a^{-2}b^{-1}}{(a^2+b^2)^{-1}}$;

2) $\frac{x^{-3}+y^{-3}}{2x^7y^4}\cdot 12y^{-7}x^{-10}$; 4) $\frac{64a^0c^{-3}}{5}:\frac{8a^{-1}c^2}{a^3c}$;

5) $\frac{x(x+y)}{8xy-8x^2}\cdot\frac{6x^2}{y(y^2-x^2)}$; 7) $\frac{x^2+3x+2}{9-x^2}:\frac{x^2+4x+4}{x^2+2x-3}$;

6) $\frac{x^3+y^3}{x-y}:\frac{x^2-xy+y^2}{x^2-2xy+y^2}$; 8) $\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}:\frac{x^3-y^3}{x^2+2xy+y^2}$.

791. Амалдарды аткаргыла:

1) $\left(-\frac{9x^7}{a^{12}y^{-6}}\right)^2\cdot\left(\frac{a^8x^{-5}}{3y^4}\right)^3$; 3) $\left(-\frac{2a^8b^3}{c^7}\right)^5:\left(\frac{4a^{10}b^4}{c^9}\right)^4$;

2) $\left(-\frac{10a^4}{9y^6}\right)^4\cdot\left(-\frac{5a^5}{27y^8}\right)^{-3}$; 4) $\frac{ax+2a}{x^2-16}:\frac{bx+2x}{(x-4)^2}$.

792. Сандардын кайсынысы стандарттык түрдө жазылган:

1) 6834 жана $6{,}834\cdot10^3$; 3) 182,75 жана $1{,}8275\cdot102$

2) $7{,}34\cdot10^8$ жана 7,34; 4) $9{,}58\cdot10^{-1}$ жана 0,958.

793. Стандарттык түрүндө берилген санды жазгыла:

1) Водороддордун атомунун массасы $1{,}67\cdot10^{-27}$ кг;

2) Күндүн массасы $2\cdot10^{30}$ кг;

3) Жарык жылы узундугу (жарык шооласынын 1 жылда өткөн жолу) $9{,}463\cdot10^{15}$ м.

794. Бөлчөктөрдү бүтүн туюнтма түрүндө жазгыла:

1) $\frac{2}{a^{-2}b}$; 3) $\frac{1}{2x^0y^{-1}}$; 5) $\frac{a^2b^2x^0}{a^{-1}b^0x^2}$;

2) $\dfrac{6xy^2}{4x^{-1}y^2}$; 4) $\dfrac{a^{-3}x}{a^3x^{-2}y}$; 6) $\dfrac{15a^{-1}(x^2-y^2)}{3^{-2}a^{-2}(x+y)^{-2}}$.

795. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $(7-\dfrac{7y}{x+y})(1+\dfrac{x+y}{x-y})$; 5) $\dfrac{\frac{b}{b-a}-\frac{a+b}{b}}{\frac{b}{a+b}-\frac{b-a}{b}}$;

2) $(\dfrac{a}{a+b}+\dfrac{b}{a-b}):\dfrac{a^2+b^2}{b^2-ab}$; 6) $(\dfrac{a}{b-a}+1):(\dfrac{b}{a+b}-1)$;

3) $\dfrac{a^2+b^2}{a+b}:(\dfrac{2a}{a+b}+\dfrac{b-a}{a})$; 7) $(\dfrac{3}{5a+5b}+\dfrac{a}{ac+bc}):\dfrac{ac+ab}{5a^2+5ab}$;

4) $(\dfrac{a-5}{a+5}+\dfrac{a+5}{a-5}):(\dfrac{a+5}{a-5}-\dfrac{a-5}{a+5})$; 8) $(\dfrac{a-b}{5a}-a+b):\dfrac{b-a}{8}+\dfrac{8}{5a}$.

796. a жана b – натуралдык сандар экени белгилүү. Төмөнкү сандар натуралдык сан боло алабы?

1) $a+b$; 2) $a-b$; 3) ab; 4) $\frac{a}{b}$.

797. a жана b – бүтүн сандар экени белгилүү. Төмөнкү сан бүтүн сан боло алабы?

2) $a+b$; 2) $a-b$; 3) ab; 4) $\frac{a}{b}$ ($b\neq0$).

798. a жана b – рационалдык сандар экени белгилүү. Төмөнкү сан рационалдык сан боло алабы:

1) $a+b$; 2) $a-b$; 3) ab; 4) $\frac{a}{b}$ ($b\neq0$)?

799. Төмөнкү сандарды мезгилдүү чексиз ондук бөлчөк түрүндө көрсөткүлө:

1) $\dfrac{23}{64}$; 3) $\dfrac{11}{13}$; 5) $\dfrac{2}{35}$; 7) $\dfrac{23}{30}$;

2) $-\dfrac{7}{25}$; 4) $\dfrac{1}{27}$; 6) $-\dfrac{7}{22}$; 8) $\dfrac{12}{55}$.

800*. 10 жана 10,1 сандарынын ортосунда кармалган эки рационалдык жана эки иррационалдык сандарды атагыла.

801. Далилдегиле:

1) $5-(3\sqrt{\frac{4}{9}}+\sqrt{0,25})=2,5$;

2) $11:(0,15\sqrt{1600}-0,29\sqrt{400})=5$;

3) $(\sqrt{225}+3\sqrt{121}):(\frac{2}{3}\sqrt{0,09}+0,78\sqrt{100})=6$;

4) $(-6\sqrt{\dfrac{1}{4}}+\dfrac{\sqrt{324}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{0,16}}{0,2}):\sqrt{25}=3$.

802*. Теңдемени чыгаргыла: $\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{x}}}=2$.

803*. Координата тегиздигиндеги эки чекиттин: $A(x_1;y_1)$ жана $B(x^2;y^2)$ ортосундагы аралык $d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)}$ формуласы менен эсептелет. A(4; 2) жана B(1; –2) чекиттеринин ортосундагы аралыкты эсептегиле.

804*. Далилдегиле: $\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$. (Илгерки индия маселеси).

805*. Тамыр ичинен көбөйтүүчүнү чыгаргыла:

1) $\sqrt{9a^2b}$, эгер $a<0$ болсо;
2) $\sqrt{25a^2b^2}$, эгер $a>0$ болсо;
3) $\sqrt{144a^3b^3}$ эгер $a<0$, $b<0$ болсо;
4) $\sqrt{32a^4x^3}$;
5) $\sqrt{-3c^3}$;
6) $\sqrt{-5m^7}$;
7) $a\sqrt{a^5}$;
8) $\frac{1}{x}\sqrt{-x^3}$.

806*. Көбөйтүүчүнү тамыр ичине киргизгиле:

1) $a\sqrt{3}$, эгер $a\geq 0$ болсо;
2) $a\sqrt{3}$, эгер $a<0$ болсо;
3) $x\sqrt{\frac{2}{x}}$;
4) $x\sqrt{-\frac{2}{x}}$.

807. Сандарды салыштыргыла:

1) $0{,}2\sqrt{200}$ жана $10\sqrt{8}$;
2) $7\sqrt{\frac{32}{49}}$ жана $0{,}8\sqrt{50}$;
3) $0{,}5\sqrt{108}$ жана $9\sqrt{3}$;
4) $\frac{5}{2}\sqrt{63}$ жана $4{,}5\sqrt{28}$.

808. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

1) $(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}+x)$;
2) $(\sqrt{a}+2)(a-2\sqrt{a}+4)$;
3) $(\sqrt{m}-\sqrt{n})(m+n+\sqrt{mn})$;
4) $(x+\sqrt{y})(x^2+y-x\sqrt{y})$.

809*. Төмөнкү туюнтмалардын мааниси натуралдык сан экенин далилдегиле:

1) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$;
2) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

810*. Бөлчөктөрдү кыскарткыла:

1) $\dfrac{x\sqrt{x}-y\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$;
2) $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{6}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}$;
3) $\dfrac{2\sqrt{2}-x\sqrt{x}}{2+\sqrt{2x}+x}$;
4) $\dfrac{a-\sqrt{3a}+3}{a\sqrt{a}+3\sqrt{3}}$.

811. Бөлчөктүн бөлүмүн иррационалдуулуктан куткаргыла:

1) $\dfrac{x-\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$;
3) $\dfrac{1-2\sqrt{x}+4x}{1-2\sqrt{x}}$;

2) $\frac{9+3\sqrt{a}+a}{3+\sqrt{a}}$; 4) $\frac{a^2b+2a\sqrt{b}+4}{a\sqrt{b}+2}$.

812*. Бөлчөктүн бөлүмүн иррационалдуулуктан куткаргыла:

1) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}+2}$.

813*. $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x+2}$ бөлчөгү x тин кандай маанисинде эң чоң мааниге ээ болот?

814. $3+\sqrt{5}$ санын кандай санга көбөйтсөк 1 санын алабыз? (аль-Караджи маселеси, иран математиги, 1000-жылдар).

815. Теңдемелерди чыгаргыла (815—817):

1) $6y^2+3y=7y^2+3y+16$; 3) $8t^2+3t=6t^2+11t$;
2) $9x^2-7x=8x^2-5x$; 4) $5z^2-7z=8z^2-7z-60$.

816. 1) $(y-4)^3+3y^2=y^3-(2y+8)^2$;
2) $(x+2)^3+46=(3+x)^3-15x$;
3) $(5+2x)^2-44x=(4x-3)^2+4$;
4) $(7+6a)^2=37(2+a)+(5+2a)(2a-5)$;
5) $(5a+7)(a+2)+(a-3)(\frac{14}{3}+4a)=0$;
6) $(3x+5)^2-(3-2x)^2=(x+4)^2$.

817. 1) $x^2+140=24x$; 6) $(a+2)^2=(3a-1)^2-13a$;
2) $6-2x=x^2-3x$; 7) $(4+3y)^2-(5+2y)(5-2y)=10+(4y+1)^2$;
3) $5y^2-20y+15=0$; 8) $(6+3x)^3+8=(3x+8)^3$;
4) $7z+6=3z^2$; 9) $(4x-3)^2-(2-3x)^2=(x-5)^2$;
5) $(3y+1)^2=(2y+5)^2-33$; 10) $(2x+3)^3-316=(2x-1)^3$.

818. Теңдемелерди чыгарбай туруп, тамырларынын санын жана алардын белгисин аныктагыла:

1) $5x^2-7x-9=0$; 4) $12y^2-7y+25=0$;
2) $3y^2+6y-5=0$; 5) $3x^2-9x+1=0$;
3) $9y^2+3y-7=0$; 6) $4a^2+12a+9=0$.

819. Виеттин теоремасын колдонуп, төмөнкү маселелерди чыгаргыла:

1) Эгер $x_1=3x_2$ болсо, $x^2+8x-c=0$ теңдемедеги бош мүчөнү тапкыла.
2) Эгер 2x1=x2 болсо, 2x2+bx+25=0 теңдемедеги b коэффициентин тапкыла.

820. 1) Эгер $x_1-x_2=8$ болсо, $2x^2+24x-c=0$ теңдемедеги бош мүчөсүн тапкыла.
2) Эгер $2x_1=3x_2$ болсо, $ax^2-5x+6=0$ теңдемедеги a коэффициентин тапкыла.

821. Теңдемелерди чыгаргыла (821—824):

1) $2x^2-5x-3=0$;
2) $3x^2-8x+5=0$;
3) $5x^2+9x+4=0$;
4) $36x^2-12x+1=0$;
5) $3x^2-3x+1=0$;
6) $x^2+9x-22=0$;
7) $7x^2-11x-6=0$;
8) $x^2-12x+32=0$.

822. 1) $3x^2-10x+3=0$;
2) $x^2-8x-84=0$;
3) $16x^2+8x+1=0$;
4) $x^2+14x+33=0$;
5) $5x^2+26x-24=0$;
6) $x^2-34x+289=0$.

823. 1) $\frac{x}{x+4}+\frac{4}{x-4}=\frac{20}{x^2-16}$;
2) $\frac{2x}{x+5}-\frac{5}{5-x}=\frac{25}{x^2-25}$;
3) $\frac{x}{x-3}+\frac{4}{x+3}=\frac{18}{x^2-9}$;
4) $\frac{5}{x-1}+\frac{3x-6}{2(x-1)}=\frac{2(x^2+4)}{x^2-1}$.

824*. 1) $x^3-10x^2+25x=0$;
2) $y^3+12y^2+36y=0$;
3) $3x^2-3x+1=0$;
4) $2x^2+6x+5=0$.

825. Квадраттык үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

1) $4x^2-9x+5$;
2) $4b^2-9b+7$;
3) $-3y^2+8y+11$;
4) $16x^2-24x+9$;
5) x^2-x-2;
6) $y^2-7y+11$;
7) $3x^2-12x+12$;
8) $-48y^2-8y+1$;
9) $4x^2+x+0{,}04$.

826. Теңдемелерди чыгаргыла (826—827):

1) $\frac{(2x+1)^2}{25}-\frac{x-1}{3}=x$;
2) $\frac{(3x+2)^2}{11}-\frac{x+5}{4}=x^2$;
3) $\frac{(2-x)^2}{3}-\frac{(7+2x)^2}{5}=2x$;
4) $\frac{(6-x)^2}{8}+\frac{(2x-1)^2}{3}=7-x$.

827. 1) $9x^4-13x^2+4=0$;
2) $4x^4+17x^2+24=0$;
3) $x^4-21x^2-100=0$;
4) $3x^4+2x^2-1=0$.

828*. Теңдемелерди жаңы өзгөрмө киргизүү жолу менен чыгаргыла:

1) $(3x+2)^2+5(3x+2)-6=0$;
2) $(5-x^2)^2-9(5-x^2)+2=0$.

829*. Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $\frac{1}{x^2-9}+\frac{1}{3x-x^2}=\frac{3}{2x+6}$;
2) $\frac{3}{(2-y)^2}-\frac{5}{(y+2)^2}=\frac{14}{y^2-4}$;
3) $\frac{2}{4-x^2}-\frac{1}{2x-4}-\frac{7}{2x(x+2)}=0$;
4) $\frac{2}{y^2+5y}+\frac{3}{2y-10}-\frac{15}{y^2-25}=0$.

830. Эки шаар арасындагы аралык 400 км. Бир шаардан экинчиге карай автобус чыкты. Андан 2 сааттан кийин ошол эле багытта экинчи автобус чыкты жана биринчи автобуска караганда саатына 10 км ылдам жүрүп, экинчи шаарга автобустар бир убакытта келишти. Автобустардын ылдамдыктарын тапкыла.

831. Автобус 94 км жолго, велосипедисттин 48 км жол басып өткөн убактысына караганда 2 саат аз жумшайт. Эгер автобустун ылдамдыгы велосипедченге караганда 35 км/саатына чоң болсо, анын ылдамдыгын тапкыла.

832. Туристтер катер менен дарыянын агымы боюнча 45 км жол жүрүп, төрт саат эс алгандан кийин кайра келишти. Экскурсия 12 саатка созулса жана катердин акпаган суудагы (көлдөгү) ылдамдыгы 12 км/саат болсо, дарыянын агымынын ылдамдыгын тапкыла.

833. Поезд 280 км аралыкты токтоосуз өтмөк. Жолдун ортосунда 20 мин кармалып, токтолушуна байланыштуу ылдымдыгын саатына 10 км тездетип жүрдү. Поезддин токтогонго чейинки ылдамдыгын тапкыла.

834. Эки жумушчу бирге иштеп, тапшырылган ишти 6 күндө бүтүшмөк. Эгер алар ишти өз-өзүнчө иштешсе, анда экинчиси берилген ишти биринчисине караганда 5 күнгө эрте бүтмөк. Ишти жалгыздан иштеп, ар бири канча күндө аткармак?

835. Жумушчу 200 деталды берилген мөөнөткө даярдоо керек. Планга караганда саатына 5 деталдан ашык даярдагандын натыйжасында, ишти мөөнөтүнөн 2 саат эрте бүтүрдү. Ишти канча убакытта аткарган?

836*. Биринчисинде 0,8 кг, экинчисинде 0,6 кг тузу бар эки аралашманы бириктирип, 10 кг жаңы аралашма алды. Эгер биринчи аралашмада туздун концентрациясы экинчи аралашмага караганда 10% га көп болсо, биринчи жана экинчи аралашмалардын массасын тапкыла.

837. Эки станок-автомат окшош деталды штамповкалайт. Биринчи автомат 140 деталь жасады. Экинчи автомат саатына 5 деталь аз жасап, 4 саат ашык иштеп 165 деталь жасады. Ар бир автомат канча сааттан иштешкен?

838. Турист 6 сааттын ичинде дарыянын агымы боюнча сал менен 12 км жүрүп, кайра кайык менен келди. Кайыктын тынч турган суудагы ылдамдыгы 8 км/с болсо, дарыянын агымынын ылдамдыгын тапкыла.

839. Эки сандын геометриялык орто саны 16, ал эми арифметикалык орто саны 20 болсо, аларды тапкыла.

840. Тик бурчтуу үч бурчтуктун аянты 6 см^2, гипотенузасы 5 см болсо, катеттерин тапкыла.

841. Эки сандын суммасы алардын айырмасынан 16га чоң, ал эми ошол сандардын квадратынын суммасы 260. Ал сандарды тапкыла.

842. Геометриялык прогрессиясынын үчүнчү жана бешинчи мүчөлөрүнүн суммасы 80, ал эми жетинчи жана бешинчи мүчөлөрүнүн айырмасы 192. Прогрессиясынын биринчи мүчөсүн жана бөлүмүн тапкыла.

843. Биринчи он эки мүчөсүнүн суммасы 234, ал эми биринчи жыйырма мүчөсүнүн суммасы 630 болгон арифметикалык прогрессияны тапкыла.

844*. А пунктунан В пунктун көздөй эки адам жөө чыгышты. Биринчи адам дайыма 5 км/саат ылдамдык менен жол басып өттү. Экинчи адам жолдун жарымын 6 км/саат менен, экинчи жарымын 4 км/саат менен басып өттү. Алардын кимиси биринчи келди?

§ 40*. Жогорку татаалдыктагы маселелер.

845. Эки сандын суммасы, айырмасы жана көбөйтүндүсү 9:3:1 катышындай катышат. Бул сандарды тапкыла.

846. Коэффициенттери бүтүн сандар болгон $x^2+p_1x+q_1$ жана $x^2+p_2x+q_2$ квадраттык үч мүчөлөрүнүн жалпы, бүтүн эмес тамыры бар. Бул үч мүчөлөрдүн бирине-бири дал келээрин б.а. $p_1=p_2$, $q_1=q_2$ экенин далилдегиле.

847. Эки орундуу сан менен ушул эле цифралар менен тескери тартипте жазылган сандын суммасы, толук квадратты берет. Мындай сандардын баардыгын тапкыла.

848. Үч орундуу сандын цифраларынын суммасы ал сандын өзүнөн 19 эсе кичине. Мындай сандарды тапкыла.

849. 5^{2005} санынын акыркы төрт цифрасын тапкыла.

850. 7^{1936} санынын эң акыркы цифрасын тапкыла.

851. Эки орундуу сан берилген. Ал сан ондуктарда турган цифранын кубунан бирдиктерде турган цифранын эки эселенгенин кемиткенге барабар. Бул санды тапкыла.

852. 13 кө аяктаган, 13кө бөлүнгөн жана цифраларынын суммасы13 кө барабар болгон эң кичине натуралдык санды тапкыла.

Иманалиев М. И.
(1931-ж. туулган)

853. $\sqrt{11+6\sqrt{2}}+\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ туюнтманин маанисин натуралдык сан экенин далилдегиле.

854.Эгерде $a \geq 0,\ b \geq 0,\ c \geq 0,\ d \geq 0$; болсо, $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab}+\sqrt{cd}$ барабарсыздыгы аткарылаарын далилдегиле.

855. $-(x^2-x-2)=\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}-x^2+3$ теңдемесин чыгаргыла.

856. Окуучу жазында жыйырма пайызга арыктады, анан жайында салмагына 15%ды кошту, күзүндө 5% га арыктады, ал эми кышында салмагы 10% ды кошту. Бул жылы окуучу арыктадыбы же толдубу?

857. $x\cdot 2^y=2006$ теңдемесинин бүтүн чыгарылышын тапкыла.

858. m дин кандай маанисинде $x^2+x+m=0$ теңдемесинин тамырларынын квадраттарынын суммасы 13 кө барабар?

859. $|8-x|=8-|x|$ теңдемесин чыгаргыла.

860. $x^2-y^2=69$. теңдемесин канааттандырган бардык натуралдык сандардын түгөйлөрүн тапкыла.

861. Эмгек акынын өсүү пайызы инфляция пайызынын 80% ын түзөт жана андан 2% га кичине. Инфляция пайызын тапкыла.

862.Төмөнкү формула менен берилген функциялардын графигин түзгүлө:

а) $y=\dfrac{1}{|x|}$ б) $y=-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ в) $y=x|x|$

г) $y=|x+2|$ д) $y=|x-1|$ е) $y=\big|x|x-2|-2\big|$.

863. $y=x+\dfrac{1}{x}$ формуласы менен берилген функциянын графигин түзгүлө.

864. Суммасы, көбөйтүндүсү жана тийиндиси бирдей болгон эки сан бар экенин көргөзгүлө.

865. $\frac{22}{7}$ санынын ондук жазылышындагы үтүрдөн кийинки 2009-цифрасын тапкыла.

866. Чалгычылар бригадасы бир күндө шалбаанын жарымын жана 2 га чабышты. Кийинки күнү бригада калган шалбаанын 25% чапкандан кийин,дагы 6 га аянт калды. Шалбаанын аянты канча?

867. Үч куйма бар. Биринчи куймада 60% алюминий, 15% жез жана 25% магний бар, экинчисинде – 30% жез, 70% магний бар, үчүнчүсүндө – 45% алюминий жана 55% магний бар. Алардан 20% жезди кармаган жаңы куйма даярдоо керек. Жаңы куймада канча эң аз жана канча эң көп алюминийдин пайыздык катышы кармалышы мүмкүн?

868. Катер дарыянын агымы боюнча А пунктунан Б пунктуна 3 саатта сүзүп жетет жана кайра кайтып келгенде, дарыянын агымына каршы Б дан А га 4 саатта келет. А дан Б га чейин салдар канча убакытта сүзүп жетет?

869. t минутанын ичинде биринчи автомат экинчисине караганда a тетикти көп жасайт. Эгерде автоматтын ар бири тетикти жасаган убактысын 2 минутага азайта алса, анда биринчи автомат t убакыттын ичинде $2a$ тетикти экинчиге караганда көп жасайт. Ар бир автомат t убакыттын ичинде канча тетик жасайт?

870. Бизнеске жаңы киришип жаткан бир адам башка бирөөдөн ар бир ай сайын 60% үстөк кошуп берем деп, a сом алган. Бир айдан кийин бул сумма 60% га көбөйдү. Андан кийинки айда көбөйтүлгөн сумма дагы 60% га көбөйдү ж.у.с.. n айдан кийин канча сом кайтарып берүүгө туура келет ($n \in N$)?

871. Фермер биринчи күнү базарга алып келген буудайдын жарымын жана дагы 4 т. сатты. Кийинки күнү фермер калган буудайдын 50% ын саткандан кийин дагы 2 т. буудай калды. Фермер базарга канча тонна буудай алып келген?

872. Менеджерлер мектебинин каржылоосун финансирлөөсүнүн булагы болуп эки спонсор кошкон акча жана окуучулар төлөгөн акы болот. Биринчи спонсор каржылоонун көлөмүнүн жарымын жана да 20 миң сом кошот. Экинчи спонсор биринчи спонсор каржылагандан кийинки калдыктын 25% ын берет. Калган 60 миң сом окуучулар төлөгөн акы. Мектептин каржылоосунун көлөмү канча?

873. Кол жазманын барактарын (I барактан баштап) номерлөө үчүн 414 цифра талап кылынды. Кол жазмада канча барак бар?

874. Жүз жаңгак беш топко бөлүнгөн. Биринчи менен экинчи топто 52 жаңгак, экинчи менен үчүнчү топто 43 жаңгак, үчүнчү менен төртүнчү топто 34 жаңгак, төртүнчү менен бешинчи топто 30 жаңгак бар. Ар бир топто канча жаңгак бар?

875. Айнура иниси Азаматтан үч эсеге улуу жана атасынан үч эсеге жаш. Атасы Азаматтан 40 жашка улуу. Атасы канча жашта?

876. Каалагандай удаалаш турган үч санынын суммасы он сан, ал эми бардыгынын суммасы терс сан боло тургандай кылып жыйырма санды бир жолчого жазууга болобу?

877. 12 алтын монетанын ичинде бир жалган монета бар. Жалган монета накта монеталардан салмагы боюнча айырмаланаары белгилүү, бирок ал накта монеталардын жеңил же оор экендиги белгисиз. Бардык накта монеталардын салмактары бирдей. Таразанын таштарын (гиряларды) колдонбой туруп табактуу таразага монеталарды үч жолу тартып, жалган монетаны бөлүп алгыла жана ошону менен бирге ал калган монеталардан жеңил же оор экенин аныктагыла.

878. Кыргыз Республикасынын бир шаарынын бардык тургундары же кыргызча же орусча сүйлөшөт. Тургундардын 75% кыргызча, 85% орусча сүйлөшө алаары белгилүү. Тургундардын канча бөлүгү эки тилде тең сүйлөшөт?

879. Сыйымдуулугу 8 л бидонго толтура керосин куюлган. 5 жана 3 литрлик бош идиштер бар. Ар бири 4 литрден кылып бул эки идишке керосинди кантип бөлүп куюуга болот?

880. x^8+x^4+1 көп мүчөсүн үч көбөйтүүчүгө ажыраткыла.

881. $3(1+a^2+a^4)\geq(1+a+a^2)^2$ барабарсыздыгын далилдегиле.

882. $3xy<x^3+2y^3$, $x>1$, $y>1$ барабарсыздыгын чыгаргыла.

883. $x_1^2+x_2^2+x_3^2\geq(x_1+x_2)x_3$ барабарсыздыгын далилдегиле.

884. $\dfrac{x-1}{x-9}<\dfrac{x-9}{x-0}$ барабарсыздыгын чыгаргыла.

885. Эгерде $x+y=1$ болсо, анда $x^4+y^4\geq\dfrac{1}{8}$ экенин далилдегиле.

886. Эгерде $x+y=1$ болсо, анда $x^3+y^3\geq\dfrac{1}{4}$ экенин далилдегиле.

887. Каалагандай n саны үчүн $\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k^2}<1$ экенин далилдегиле.

888. $\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}=3$ барабардыгынын туура экенин далилдегиле.

889. Аралыгы 100 км болгон А жана В пунктунан бирин-бири көздөй эки велосипедчен чыкты: алардын биринин ылдамдыгы 20 км/саат, экинчисиники 30 км/саат. Ошол эле убакытта А пунктунан 40 км/саат ылдамдыкта уча турган чымын учуп чыкты. Ал экинчи велосипедченге учуп жетип артка кайрылды, анан биринчи велосипедченге жетип, ал кайра бурулду жана ал ушинтип велосипедчендерге жолукканга чейин учуп жүрдү. Чымын канча аралыкты учуп өттү?

890. Кечээ класста катышып отурган окуучулардын саны катышпаган окуучулардын санынан 7 эсе көп болчу. Бүгүн дагы 3 окуучу келген жок, ошондо окуучулардын бештен бир бөлүгү катышпаган болуп калды. Класста канча окуучу бар? Жообун түшүндүргүлө.

891. Үч тамгадан Б, И, Ш жана төрт цифрадан турган автомобилдин номерлеринен канчаны түзүүгө мүмкүн (тамгалар дацифралар да кайталана алат?)

892. Узундугу 588 км болгон Бишкек-Ош жолунда аралыкты көрсөткөн $\boxed{1}\boxed{587}$, $\boxed{2}\boxed{586}$, ..., $\boxed{587}\boxed{1}$ мамычалар коюлган. Канча мамычадагы сандар ар түрдүү эки цифранын гана жардамы менен жазылган?

893. Тегиздикте бир нече чекит белгиленген жана алардын эч кандай үч чекити бир түз сызыкта жатпайт. Ар бир эки чекит аркылуу түз сызык жүргүзүлөт. Эгерде баардыгы 45 түз сызык жүргүзүлсө, анда канча чекит тегиздикте белгиленген ?

894. Эгерде $x^2+x+1=0$ болсо, анда $x^4+\frac{1}{x^4}$ туюнтмасынын маанисин тапкыла.

895. Төмөнкү функциялардын графиктерин түзгүлө:

1) $y=|x^2-2x|$; 2) $y=|x^2-5x+6|$.

Математиканын тарыхынан кыскача маалыматтар

I. Функция түшүнүгүнүн келип чыгышына чоң таасир берген координаталар методу болгон. Бул методду француз математиктери П. Ферма (1601–1665) жана Р. Декарт (1596–1650) жаратышкан. Координаталар методу функцияны график боюнча изилдөөдө жана тендемелерди график жолу менен чыгарууда кеңири колдонулган. Ушундан баштап математиканын өнүгүшүнүн жаңы этабы башталат.

«Функция» (латын сөзүнөн алынган «*functio*» – «аткаруу») деген терминди немец математиги Г. Лейбниц (1646–1716) киргизген.

Функцияны аналитикалык туюнтма, б.а. тиги же бу аналитикалык амалдардын жардамы менен өзгөрмөлөрдөн жана сандардан турган туюнтма катары түшүнүү – Л.Эйлер (1707–1783) жана И.Бернуллинин (1667–1748) ысымдары менен байланыштуу. Жалпы алганда, функция бир өзгөрмөнүн экинчисине көз каранды экенин Л.Эйлер негиздеген.

Аль Хорезми (785-850)

II. Квадраттык теңдемелердин айрым түрлөрүн вавилондуктар (б.э.ч. 2 миң жыл мурда) чыгарууну билишкен. Квадраттык теңдемелердин кээ бир түрлөрүн байыркы грек математиктери, геометриялык түзүүлөргө келтирип иштей алышкан.

Аль-Хорезминин «Алгебрасында» белгилүү болгон маселеси: «квадрат жана 10 тамыр 39 га барабар» деп берилет. Ал $x^2+10x=39$ теңдемени түшүндүрөт. Теңдемени чыгаруу үчүн 36-сүрөттөгү түзүүнү жүргүзгөн. Мында аянты x^2 болгон квадраттын жагын табуу керек. Чоң квадраттын төрт бурчунда төрт кичине квадраттар жайгаштырылган, $4\cdot 6\frac{1}{4}=25$. Жагы x болгон квадраттын жактарына түзүлгөн тик бурчтуктардын аянты $4\cdot 2\frac{1}{2}x=10x$. Анда чоң квадраттын аянты $S=x^2+10x+25$, ал эми $x^2+10x=39$ болгондуктан $S_{\text{ч.кв}}=39+25=64$, демек, чоң квадраттын жагы 8 болот. Мындан $x=8-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}=3$. Демек, $x^2+10x=39$ теңдеменин тамыры 3.

Квадраттык теңдеменин тамырларынын формуласында тамыр — радикал белгиси колдонулат.Мындан 4 миң жыл илгери вавилондук математиктер каалагандай сандан тамыр чыгарууну — радикалдан чыгарууну билишкен.

$6\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}x$	$6\frac{1}{4}$
$2\frac{1}{2}x$	x^2	$2\frac{1}{2}x$
$6\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}x$	$6\frac{1}{4}$

36-сүрөт

Мисалы, 1700дүн квадраттык тамырын табуу керек болсо, $1700=1600+100=40^2+100$ деп жазышкан б.а.

$$\sqrt{1700}=40+\frac{100}{2\cdot 40}=41\frac{1}{2}.$$

Жалпы учур үчүн с санынан тамыр чыгаруу үчүн $c=a^2+b$ (b саны a га салыштырмалуу эң кичине болуш керек) деп жазып, жакындатып эсептөөнүн формуласы боюнча эсептешкен:

$$\sqrt{c}=\sqrt{a^2+b}=a+\frac{b}{2a}.$$

III. Натуралдык көрсөткүчтүү даража түшүнүгү байыркы мезгилде эле калыптана баштаган. Сандын квадраты, кубу аянт жана көлөмдү эсептөөдө колдонулган. Айрым сандардын даражалары Байыркы Египет жана Вавилондук окумуштуулардын чыгарган маселелеринде колдонулган.

III кылымда грек окумуштуусу Диофанттын «Арифметика» китебинде тамга символдору киргизиле баштаган. Диофант белгисиздин жана ага тескери чоңдуктун биринчи алты даражасына символдор киргизген. Ошол китебинде квадрат Δ белги индекси менен белгиленет – ч(Δ’); куб болсо *к* индекси менен – ч(*к*’); өзүнө көбөйтүлгөн квадрат (квадрато-квадрат) – Δ’Δ; кубга көбөйтүлгөн квадрат (квадрато-куб) – Δ*к*’; өзүнө көбөйтүлгөн куб (кубо-куб) – *к’к* болуп белгиленген.

XVI кылымдын аягында Франсуа Виет теңдемедеги белгисиздер гана эмес, алардын коэффициенттерин белгилөө үчүн да тамгаларды киргизген. №(*Numerus*–сан) – биринчи даража үчүн, Q(*Quadratus*–квадрат) – экинчи үчүн,C(*Cubus*–куб) – үчүнчү үчүн, QQ – төртүнчү үчүн ж. б. кыскача жазууларды колдонгон.

Азыркы учурдагы a^3, a^4, a^5 ж. б. жазууларды Декарт киргизген. Ал эми a^2 ты, *aa* көбөйтүндү түрүндө жазган. Даражанын терс жана бөлчөк көрсөткүчтөрү XIV–XV кылымдарда пайда боло баштаган. Даражанын азыркы учурдагы аныкталышы жана нөль, терс, бөлчөк көрсөткүчтөрүнүн белгилениши англиялык математиктер Д.Валлистин (1616–1703) жана И. Ньютондун (1643–1737) эмгектеринен башталат.

Кыргыз элинин турмушунда математиканын элементтерин, өзгөчө геометриялык фигураларды улуттук буюмдардан көрүүгө болот. Боз үйдөн тартып казан тулга, чай тулга, оймо-чиймеси бар буюмдарга чейин буга мисал боло алат. Ордо оюнунда эле айлана, анын ичи, сырты, борбору жана башка түшүнүктөр кеңири колдонулат эмеспи.

Азыркы убакта дүйнөдө информациялык технологиялар өтө күчтүү өнүгүп, кеңири колдонулуп жатат. Ал эми информациялык технологиялар илиминин негизин компьютердик аппаратуралар менен бирге математикалык аппарат да түзөт. Практикадан, илим менен техникадан алынган объектилердин математикалык моделдерин түзүү жана аларды компьютердин жардамы менен анализдөө; алынган жыйынтыктарды колдонуу азыркы учурдагы математиктердин негизги иштеринин бири деп эсептесе болот.

Дүйнөлүк математикага чоң салымдарын кошкон кыргыз математиктери да арбын экенин билүү зарыл. Алсак М. Иманалиев, А. Бөрүбаев, П. С. Панков, А. Асанов, А. Саадабаев, А. Байзаков ж. б.

Республикабыздын мектептеринде математиканы окутууну негиздеген окумуштуулар И. Бекбоев, Ж. Байсалов, А. Абдиев, Н. Ибраева, А. Айылчиев, Ж. Ыбыкеева ж. б. бар экенин сыймыктануу менен айтышыбыз керек.

ЖООПТОР

I глава

4. 1) –10; 2) 2,5; 3) –15,5; 4) 4. **11.** 5) –6 жана 6дан башка бардык сандар; 6) –7 жана 0дөн башка бардык сандар. **22.** 1) $\frac{2b}{a^2}$; 2) $\frac{1}{2x^2y}$; 3) $\frac{p^2q^2}{2}$; 4) $2m$; 5) $-\frac{8b}{3c}$; 6) $\frac{1}{3}$. **24.** 1) 1; 2) 3. **26.** 1) $\frac{a+4b}{2ab}$; 2) $\frac{3b-4c}{2b}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{5x}{6}$; 5) $\frac{1}{a}$; 6) $3x$. **27.** 1) $\frac{y-4}{3}$; 2) $\frac{5}{x+3y}$; 3) $\frac{c+2}{7c}$; 4) $\frac{6c}{d-3}$; 5) $\frac{a+5}{a-5}$; 6) $\frac{y+3}{y-3}$ **28.** 1) $\frac{1}{a+b}$; 2) a^2+ab+b^2. **29.** 1) 100; 2) 1,5. **30.** 1) $\frac{x}{y}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{2}{m-7}$; 4) $\frac{p+5q}{2}$; 5) $\frac{x-2}{x}$; 6) $\frac{3y}{y+8}$; 7) $\frac{1}{a-1}$; 8) $\frac{1}{b^2-2b+4}$. **31.** 1) $3x-y$; 2) $\frac{a}{2b-1}$; 3) $\frac{1}{x-2}$ 4) $1-a+a^2$. **32.** 1) $\frac{b+2}{7}$; 2) $\frac{4}{b-d}$; 3) $\frac{y-1}{x+y}$; 4) $\frac{a+c}{a-x}$. **34.** 1) –1; 2) 1; 3) $b-a$; 4) $\frac{1}{a-b}$; 5) $a+b$; 6) 1. **35.** 3) $-\frac{3}{b}$; 4) $-\frac{1}{3}$; 5) $\frac{a+5}{3}$; 6) $\frac{3}{1-x}$; 7) $\frac{8a+8b}{b6a}$; 8) b–2. **36.** 1) $\frac{a+b}{b}$; 2) $\frac{2-b}{5}$; 3) $-2\frac{1}{3}$; 4) $-\frac{3}{8}$; 5) $\frac{x+2}{5}$; 6) $\frac{3-a}{9+3a+a^2}$. **37.** 1) x^2; 2) $-y^4$; 3) $-b^5$; 4) c^3-c^2. **38.** 1) $-\frac{1}{8}$; 2) 0,01. **39.** 1) $4a-4b$; 2) $9c+27d$; 3) $\frac{9x+18y}{5}$; 4) $\frac{2x-y}{50x+25y}$. **42.** 1) –3,2; 2) 0,1; 3) 12; 4) –0,5; 5) 5. **43.** 3) $5x^2+12xy-18y^2$; 4) $3a^2-0{,}5ab$. **48.** 3) $\frac{y-1}{y}$; 4) $\frac{b-a}{2}$; 5) $\frac{2p-11q}{5p}$; 6) $-\frac{d}{c}$; 7) $\frac{12}{b}$; 8) $\frac{2}{3}$. **51.** 1) 100; 2) 10. **52.** 1) $\frac{x-5}{y-1}$; 2) $\frac{a+6}{c-3}$; 3) 2; 4) –5; 5) $a-4$; 6) $x-3y$. **53.** 1) $\frac{7p}{p-q}$; 2) 5; 3) 1; 4) –1; 5) $\frac{1}{a+3}$; 6) $y+1$. **55.** 1) $\frac{x+5}{x-5}$; 2) 1. **59.** 1) 7; 2) 3; 3) 1; 4) –20. **63.** 8) $\frac{y}{72c}$; 9) $\frac{11a}{90b}$. **64.** 2) $\frac{2}{15}$; 4) $\frac{3y^2-4b^2}{120by}$. **65.** 5) $\frac{41a+13b}{36a}$; 6) $\frac{9x+16}{24y}$. **66.** 4) $\frac{a^2+b^2}{a^2b}$; 5) $\frac{4a^2-3ab-3b^2}{a^2b^2}$; 6) $\frac{x^2-xy-2y^2}{x^2y}$. **67.** 1) $\frac{2x^2-3}{12x^3}$; 2) $\frac{2b-1}{6ab^2}$; 3) $\frac{5a^2-6}{15a^5}$; 4) $\frac{b^2x-2b}{6x^6}$. **68.** 3) 0; 4) $\frac{1}{b}$. **69.** 1) $\frac{z-y}{zy}$; 2) $\frac{a^2-b^2}{3ab}$; 3) $-\frac{p^2+q^2}{p^3q^3}$; 4) $\frac{3m^2-2n^2}{6m^2n^2}$. **70.** 5) $\frac{b}{a}$; 6) $-\frac{1}{2p}$ $\frac{a^2+b^2}{2a}$; 8) $\frac{b^2+c^2}{2b}$. **71.** 3) $\frac{2a+3b+3}{3}$; 4) $\frac{b^2+5b-1}{b}$. **72.** 3) $\frac{a-6}{6}$; 4) $\frac{41a-5}{12}$; 5) $\frac{5b-3a}{4}$; 6) $\frac{ab-b^2}{a}$. **73.** 1) $\frac{3x+3y}{4}$; 2) $\frac{2x+2}{x}$; 3) $\frac{36-5x+7y}{12}$; 4) $-\frac{17a+17b+30}{15}$. **74.** 5) $-\frac{4a}{a^2-4}$; 6) $\frac{2p}{9p^2-1}$. **76.** 1) $\frac{px-3p}{6x^2-x-2}$; 2) $\frac{8ax+2ay}{x^2-xy-2y^2}$; 3) $\frac{11a}{30x-60}$; 4) $\frac{23b}{48a-144}$. **78.** 1) $\frac{a+x}{x}$; 2) $\frac{2y-b}{y}$; 3) $-\frac{2a+b}{ab}$; 4) $\frac{12y^2-10xy-27x^2}{6x^2+13x^2y+6xy^2}$. **79.** 1) $\frac{x-5}{5x}$; 2) $\frac{6-y}{6y}$; 3) $\frac{1}{ab}$; 4) $-\frac{1}{6ab}$. **80.** 5) $\frac{x^2-6x}{x-3}$; 6) $\frac{2}{a^2-1}$

81. 1) $\frac{x-y}{x+y}$; 2) $\frac{b-c}{b+c}$; 3) $\frac{a+y}{a-y}$; 4) $\frac{a+1}{a^2-a}$. **82**. 1) $\frac{2-b}{b^2+2b}$; 2) $\frac{b-5a}{ab+5a^2}$; 3) $\frac{x-4a}{x^2+4ab}$;
4) $\frac{a-10y}{a^2+10ay}$. **83**. 1) $\frac{8a}{(a-5)(b+8)}$; 2) $\frac{2y^2}{(2y+3)(3x-2)}$. **84**. 1) $-\frac{2x}{(3a-1)(x+2)}$;
2) $\frac{7x^2}{(2x-1)(2y+3)}$. **85**. 1) $\frac{6a+8}{a^3-4a}$; 2) $\frac{3x}{x^2-16}$; 3) $\frac{5b-10}{4b^2-1}$; 4) $\frac{b}{4a+5}$; 5) 2; 6) 0.
86. 1) $-\frac{8}{15}$; 2) $-\frac{8}{27}$. **87**. 1) $\frac{1}{y+2}$; 2) $\frac{3}{a-6}$; 3) $\frac{x^2+y^2}{2(x-y)^2}$; 4) $\frac{a^2}{b(b-a)^2}$. **88**. 1) $-\frac{8}{2a+b}$
2) $\frac{36}{(a-3)^2(a+3)^2}$; 3) $\frac{2x-4}{x^2+2x+4}$; 4) $\frac{1}{a-1}$. **89**. 1) $\frac{ab}{a^3+b^3}$; 2) $\frac{p-q}{p^2+pq+q^2}$; 3) $\frac{1}{a^3+1}$;
4) $\frac{3a}{a+4}$. **90**. 1) $\frac{2}{a-4b}$; 2) $\frac{1}{b}$; 3) $\frac{2x-b}{4x^2+2bx+b^2}$; 4) $\frac{4}{y^2-2y+4}$. **92**. 1) 0; 2) 0.
99. 3) $\frac{8a^2}{m}$; 4) $\frac{4b}{a}$. **100**. 5) $\frac{13mx}{3n}$; 6) $\frac{11x^2}{3ab}$. **101**. 3) $\frac{n^6}{1000m^3}$; 4) $\frac{81a^6}{4b^4}$.
102. 7) $-\frac{1000m^6}{n^6p^3}$; 8) $\frac{b^6c^4}{64a^6}$. **104**. 3) $\frac{y^2-2y}{3y+6}$; 4) $\frac{2a^6b+6ab^2}{a63b}$. **105**. 3) $\frac{1}{axy}$; 4) $\frac{4}{x^2}$
106. 3) $\frac{y-4}{6x}$; 4) $-\frac{3b}{a+b}$. **107**. 3) $\frac{2a-2b}{a^2+ab}$; 4) $\frac{bx-5b}{ax+5a}$. **109**. 3) $\frac{x^2+5x+6}{6}$; 4) $\frac{y^2-11y+30}{4}$.
110. 1) 1; 2) $-1\frac{1}{9}$; 3) $-\frac{2}{21}$. **111**. 1) $\frac{x^2-9x+20}{6}$; 2) $\frac{a^2+2ab+a+2b}{12}$; 3) $\frac{3y-15}{2y+12}$.
112. 1) $\frac{6a-b}{3a+b}$; 2) $\frac{a-4b}{a-b}$. **113**. 1) 3 саат; 2) 2 саат 31 мин. **115**. 1) $x=\frac{a-b}{3}$; 2) $\frac{2b-a}{7}$;
3) $x=ab-a$; 4) $x=10b-10a$. **117**. 5) $-\frac{5x}{14a}$; 6) $\frac{2acd^3}{b}$. **118**. 5) $\frac{2x}{3my^3}$; 6) $\frac{450x^3}{ab}$.
120. 1) $\frac{5m^8}{3n^8}$; 2) $\frac{2y}{x^2}$; 3) $\frac{ac}{d}$; 4) $\frac{3b}{4xy}$. **121**. 3) $\frac{ax^2}{44}$; 4) $\frac{9}{4m}$; 5) $\frac{a}{21b}$;
6) $\frac{x^2+2xy}{5}$; 7) $\frac{6ab-3b}{2a^2+ab}$; 8) $\frac{10m}{2m-3n}$. **122**. 3) $\frac{a^2}{a^2-2a-15}$; 4) $\frac{m+n}{2m}$; 5) $\frac{1}{x-3y}$; 6) $\frac{a-3b}{a+3b}$.
123. 5) $\frac{c}{3c+6}$; 6) $-\frac{9p+3}{q}$. **124**. 3) $\frac{b}{a^2-ax}$; 4) $\frac{2m-5n}{m+2}$. **125**. 1) $\frac{10}{11}$; -1;
2) $\frac{21}{2}$. **126**. 3) $\frac{x+1}{a-x}$; 4) $\frac{2ap-6a}{p^2+2p+4}$. **127**. 1) $-\frac{8}{2b+3}$; 2) $\frac{c-b}{ac-3a^2}$. **128**. 2 км/с.
130. 1) $c=\frac{ab}{a+b}$; 2) $b=\frac{ac}{a+c}$. **132**. 1) $\frac{x-y}{y}$; 2) $\frac{a^3}{m^4}$; 3) $\frac{(a+b)^2}{b^2}$; 4) 0. **133**.
1) $\frac{2x+1}{2x-1}$; 2) $-\frac{5y}{y+1}$; 3) $-a$; 4) x. **134**. 1) $\frac{10}{2m+1}$; 2) $\frac{2}{x-3}$. **135**. 1) 6; 2) 10.
136. 1) $\frac{a+b}{a-b}$; 2) $\frac{8}{x-y}$; 3) $\frac{p+2q}{pq^2}$; 4) $\frac{1}{ab}$. **137**. 1) $\frac{16}{9-a^2}$; 2) $\frac{6x-1}{4x^2-1}$; 3) $-\frac{c}{a}$; 4) $\frac{2a+2y}{ax-3a}$.
138. 1) $-2x$; 2) $\frac{1}{3q-3p}$; 3) $\frac{1+a}{1-a}$; 4) $1,5x$; 5) $\frac{a}{a+2}$; 6) $y-5$. **139**. 1) 1; 2) a; 3) $x2+1$;
4) $-m$. **140**. 1) $\frac{3}{1-x}$; 2) $\frac{a}{4a+8}$; 3) $\frac{y-3}{y}$. **141**. 1) $2x^2+2xy$; 2) $\frac{x-2y}{2xy}$; 3) $\frac{an-a^2}{a+n}$;
4) $\frac{2ab-4a^2}{2a+b}$. **142**. 1) $\frac{1}{a^2+a+1}$; 2) 1. **145**. 1) $\frac{a^2}{b^2}$; 2) $\frac{a}{b}$. **148**. 5) $\frac{4x^2-4y^2}{xy}$;
6) a^2+b^2. **149**. 1) $\frac{x-1}{x+1}$; 2) 1; 3) $\frac{x^3+y^3}{x^3-y^3}$; 4) $\frac{ab+bc+ac}{a+b+c}$. **150**. 1) $\frac{2x-a}{2x+a}$; 2) $\frac{a-b+3c}{a+b-c}$
3) $\frac{y+x}{y-x}$; 4) $\frac{xy}{x+y}$. **151**. 1) 3; 2) -1. **154**. 12 см жана 32 см. **163**. 1) $y=\frac{1}{x}$
2) $y=\frac{1,2}{x}$; 3) $y=\frac{5}{x}$. **166**. $\frac{2}{x+7}$. **169**. 5) $x(x-1)(x^2+1)$; 6) $c(c+1)(c-1)(c-2)$;
7) $4(1-3a)(1+2a)$; 8) $(7b+3)(3-5b)$; 11) $(2a+1)(a^2+a+1)$; 12) $(2-b)(7b^2+8b+4)$.

173. 1) $\frac{xy+2}{xy+34}$; 2) $\frac{a-c}{a+c}$; 3) $\frac{b+a}{2b-2a}$; 4) $\frac{(a+3)^2}{3-a}$; 6) $-\frac{4y^2+2y+1}{2y^2+y}$; 7) $\frac{2}{x}$; 8) $\frac{25a}{5a+3b}$. **174**. 1) $\frac{1}{b^7+1}$; 2) $\frac{x^{11}-1}{x^{11}}$; 3) $\frac{z}{xy-z^2}$; 4) $1-ab$. **181**. 1) x^2-y^2; 2) a.

II глава

185. 2) $\frac{1}{3}>0,3$; 4) $-\frac{5}{8}>-0,7$. **186**. 2) $b>a$; 4) $b<a$ **188**. 2) $a=-0,8$ болгондо $a=-\frac{5}{6}$ тегиден кичине. **191**. Биринчиси. **195**. $3\frac{1}{15}$. **196**. 1) $\frac{5-x}{7}$; 2) 1. **197**. 1) $-\frac{5}{6}$; 2) 4,5. **199**. 2) $a<0$; 4) $a>0$. **200**. 2) $-9<-3$. **201**. 2) $a+3b>-2b$. **202**. 2) $8>6$. **203**. 2) $a-3b<3a$. **204**. 2) $a-5<b-5$. **207**. 2) $19>12$; 4) $-12>-14$. **208**. 2) $a<-0,25$; 4) $a<2$. **209**. 2) $0,9>-2$; 4) $5>3$. **210**. 2) $a<-2$; 4) $x<-\frac{4}{9}$ **212**. 2) $0,19<0,19b$; 4) $-\frac{a}{6}>-\frac{b}{6}$; 6) $\frac{2}{3}(a-5,2)<\frac{2}{3}(b-5,2)$. **215**. 1) Ооба, $b<0$ болсо; 2) Ооба, $b>0$ болсо; 3) Ооба, $b=0$ болсо; 4) Ооба, $b<0$ болсо; 5) Ооба, $a>2b$ болсо; 6) Ооба, $a=2b$ болсо. **218**. 1) Жок, $b>0$ болгондо гана туура; 2) Жок, $b>0$ болгондо гана туура; 3) Жок, $ab>0$ болгондо гана туура; 4) Туура. **219**. 1) $\frac{1}{16}$; 2) 22. **220**. 2) $x_1=0$, $x_2=1\frac{1}{3}$; 4) $x_1=-4$, $x_2=0,5$; 6) $x=0,5$; 8) $x_1=3$, $x_2=-2$. **222**. 2) $-5<7$; 4) $7y>1$. **223**. 2) $25<58$; 4) $12<4x^2-1$. **236**. 1) -3; 2) 3. **237**. 1) $\frac{2-x}{25}$; 2) $16a(a+1)$. **239**. 2) $n=3$; 4) $n=-6$; 6) $n=-1$. **240**. 2) $n=6$; 4) $n=-3$; 6) $n=4$. **241**. 2) $x=-9$. **243.** 2) $h\geq 2$; 4) $\upsilon\geq 60$. **243**. 2) туура; 4) туура эмес. **244**. 2) туура; 4) туура эмес. **248**. 1) $\frac{1}{x}$; 2) $-\frac{1}{2a^4}$. **250**. $\frac{3}{4}$. **251**. 2) $13-x<2$; 4) $2(x-3)\leq 2$; 6) $2x(-4)\geq x-(-4)$. **252**. 2) Берилген сандардын бири дагы чыгарылыш боло албайт; 4) $\frac{1}{2}$; 0; -1. **253**. 2) $y>0$; 4) эч бир маанисинде; 6) $y\neq -2$. **254**. 2) $y<2$; 4) $y\leq 0$. **255**. 2) $x\leq -3$; 4) $x>0$; 6) $x<0$. **257**. 0. **258**. 2) $x_1=3$, $x_2=-4$; 4) $x_1=0$, $x_2=-1\frac{2}{3}$; 6) $x_{1,2}=\pm\frac{2}{3}$; 8) $x_1=0$, $x_2=-\frac{1}{3}$. **259.** 25%. **261**. 2) $x<14$; 4) $y>9$; 6) $z\leq 4$. **262**. 2) $x\geq -8$; 4) $z>-15$; 6) $x\leq -2$. **263**. 2) $x<6$; 4) $x>5$; 6) $x\leq -2$. **264**. 2) $x\geq 3$; 4) $x>0$; 6) $x\geq 2$. **265**. 2) $x<\frac{5}{8}$; 4) $x<-3$; 6) $x<5\frac{1}{6}$. **266.** 2) $y>\frac{3}{8}$; 4) $y<\frac{5}{8}$; 6) $y>\frac{2}{3}$. **267.** 2) $y=4$; 4) $x=4$. **268**. 2) $x=-1$; 4) $x=-4$. **269**. 2) $x>2,5$; 4) $y>-4$. **270**. 2) $x\geq\frac{1}{3}$; 4) $x>\frac{5}{11}$. **271**. 2) $b<-5\frac{2}{3}$; 4) $x>-1\frac{3}{7}$. **272**. 2) x – каалагандай сан; 4) x – каалагандай сан; 6) x – каалагандай сан. **273**. 2) чыгарылышы жок; 4) чыгарылышы жок. **274**. 2) $x<1\frac{1}{6}$; 4) $x\le 6$. **275**. 2) $x>2$; 4) $x>-2$; 6) $x>0,5$. **276**. 2) $x<1,6$; 4) $x<0$. **277**. 2) $x\le 7$; 4) $x\le 5$. **278**. 2) $x<2,5$; 4) $x>-0,5$. **279**. 37 платформадан кем эмес. **280**. 43 радиоаппаратурадан кем эмес. **281**. 2) 20 см. **282**. 11. **283**. 14. **284**. 16 км/сааттан кем эмес. **285.** $x>-0,7$. **286**. $x<2$. **288**. $\frac{1}{6}$. **290**. 2) Берилген сандардын бири дагы чыгарылыш боло албайт. **291**. 2) 1. **292**. 2) 0; 1; 2; 3; 4) –5; –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4; 5. **293**. 2) $[-1;3]$; 4) $(1;2)$; 6) $(-4;-2]$. **294**. 2) $-3\le x\le -1$; 4) $0<x<3$; 6) $-2\le x<2$. **295.** в) $-1<x<2$, $(-1;2)$; г) $-4<x\le 0$, $(-4;0]$. **296**. Ооба. **297**. Ооба. **298**. 2) $-3<x<1$; эч кандай x тер үчүн; 4) $-5<x<0$; эч кандай x тер үчүн. **300**. 1) $x\ge 0,6$; 2) $x\le -\frac{1}{3}$; 3) $x\ge -3,5$; 4) $x\ge -4,5$. **301**. $\frac{x^2-1}{x^2+2x}$. **303**. 2) 18; 4) –2. **304**. 2) $x>0$; 4) $x\ge -2$. **305**. 2) $x<-1$; 4) $x\le 0$. **306**. 2) $3<x<6$; 4) $0\le x<\frac{1}{2}$. **307**. 2) $1,5\le x<1,5$; 4) $-0,5\le x\le 7,5$. **308**. 2) $x\ge 4$; 4) $x>-3$. **309**. 2) $x\le 2$; 4) $x<4$. **310**. 2) $x\le -2,5$; 4) $2\le x\le 5$. **311**. 2) $-5<x\le 1$; 4) $0<x\le 2,5$. **312**. 2) $-0,5<x\le 2$; 4) $x>0$. **313**. 2) $2,1<x\le 3,5$; 4) $4,5<x<6,5$. **314**. 2) $x>-17$. **315**. 2) $-4\le x\le 13$; 4) $-2<x<1$. **316**. 2) 1; 2; 4) 4; 5. **317**. 2) эч кандай x тер үчүн; 4) $0<x<2$. **318**. 2) $x\le -2$; 4) $x\le 6$. **319**. 2) 4 м чоң, бирок 13 м кичине. **320**. 8 л ден кем эмес, бирок 24 л ден ашык эмес. **321**. Күрүчтү 20 кг дан көп, бирок 40 кг дан ашык эмес; арпаны 80 кг дан көп, бирок 160 кг дан ашык эмес. **322**. 1) $\frac{4}{9}$; 2) $1\frac{1}{3}$; 3) 45; 4) $\frac{1}{9}$. **326**. 2) $x_{1,2}=\pm 1,5$; 4) $x_1=0$, $x_2=-6$. **327**. 2) $x_1=2$; 4) $-x=\frac{3}{4}$. **328**. 2) $x_1=-0,25$; $x_2=-1,25$; 4) $x_1=1$, $x_2=\frac{1}{3}$. **329**. 2) $x_{1,2}=\pm 2,1$; 4) $x_1=-5$, $x_2=11$; 6) $x_1=0$, $x_2=1,5$. **331**. 2) $-2<x<2$. **332**. 2) $|x|\le 0,3$. **333**. 2) $-2,2<x<-1,8$; 4) $\frac{1}{4}<x<1\frac{3}{4}$ **334**. 2) $-3<x<0$; 4) $1\le x\le 1,5$. **335**. 2) $x\le 0,9$, $x\ge 3,1$; 4) $x<2\frac{1}{3}$ $x>3\frac{2}{3}$ **336**. 2) $x<-1$, $x>-\frac{1}{3}$; 4) $x\le 0$, $x\ge 1,6$. **337**. 2) –1; 0; 4) 0; 1. **338**. 2) $-1\le x\le 1\frac{2}{3}$; 4) $x\le 0$, $x\ge 3$; 6) $x\le -2$, $x\ge 5$. **339**. 2) $\frac{2}{3}\le x<1\frac{1}{3}$; 4) $-3\frac{1}{3}\le x\le -3$ **340**. 2) $x\le 2$. **341**. 2) оң; 4) терс. **342**. 2) $a>0$; 4) $a<0$. **346**. 1) 2; 2) $\frac{1}{3}$; 3) 1; 4) 0,5. **347**. 1) $\frac{2y+30}{y^2-9}$; 2) $\frac{8}{3-2a}$; 3) $\frac{b}{y}$; 4) $\frac{3x}{4}$; 5) $\frac{2m+1}{12m-6}$; 6) $\frac{4y^2}{(x^2-y^2)^2}$; 7) $\frac{6a^2+3}{a^3-1}$; 8) $\frac{2x-2y}{x^2+xy+y^2}$. **349**. 2) $2+b-a>0$; 4) $a-3-b<0$. **355**. 2) $y-$каалагандай сан; 4) $x>7$. **356**. 2) $x<2$. **357**. 2) $-3\leq x\leq 3$, $|x|\leq 3$; 3) $-6<x<-2$, $|x+4|<2$; 4) $0<x<4$, $|x-2|<2$. **358**. 2) $|x|>2$; 4) $|x-3|\geq 1$; 6) $|x+4|>1$. **359**. 2) $x_1=3,4$, $x_2=-1,4$; 4) $x_1=1$, $x_2=\frac{1}{3}$. **360**. 2) $x\leq -2,4$; 4) $x\leq -2$, $x\geq 1$; 6) $x\leq -0,3$, $x\geq 0,7$. **363**. 2) эч кандай маанилеринде; 4) эч кандай маанилеринде. **364**. 2) $x=4\frac{5}{9}$; 4) чыгарылышы жок. **365**. 34. **366**. 47. **368**. 1) $x=1,5$; 2) $x=6,5$; 3) $x=0,5$; 4) $x=14$. 5) $x=-5$; 6) $x=-8$.

III глава

415. 1) $2,47\cdot 10^6$; 2) $5,525\cdot 10^5$; 3) $1,025\cdot 10^2$; 4) $22,88\cdot 10^2$; 5) $\frac{41}{16}\cdot 10^{-1}$ 6) $8,25\cdot 10^3$; 7) $1,8\cdot 10^2$; 8) $2,9\cdot 10^2$. **416**. 1) 3; 7; 1; 5. **417**. 1) $2,1\cdot 10^2$; 2) $2,08\cdot 10^5$; 3) $1,5\cdot 10^3$; 4) $8,2\cdot 10^{-3}$. **422**. 1) $(2b)^5$; 2) $\frac{y}{2x^2}$; 3) $\frac{15}{y}$; 4) $\frac{z^{2/3}+y^{1/3}}{z^{1/3}+y^{1/3}}$. **423**. 1) $(-\infty;-\frac{7}{12})$; 2) $(-\infty;\frac{1}{16})$; 3) $[5;+\infty)$; 4) $(-\infty;-10)$. **426**. 1) 28,71; 2) 16,7; 3) 2652,77; 4) 17,53; 5) 2,9; 6) 44,51; 7) 29,19. 427. 1) 4,3; 2) 51,4; 3) 24,1; 4) 4,04; 5) 3,4; 6) 0,96; 7) 165; 8) 8,34. **432**. 1) $6,741\cdot 10^7$; 2) $8,0\cdot 10^5$. **433**. $\varnothing$. **434**. 1) 10^3; 2) 1,25. **436**. 1) -1600; 2) $-0,08$; 3) 11; 4) -10^3; 5) 6,25; 6) 5. **438**. 2) $\frac{1}{(b(a^2-b^2)^{-1}}$; 3) 1. **439**. 1) $\frac{y^2-x^2}{(xy)^2}$; 2) $\frac{b^2}{(b-a)^2}$; 3) $\frac{(x+y)y}{x^2}$. **440**. 1) $xy(x+y)$; 2) $-(a+b)$; 3) $3\frac{a^2+b^2}{ab}$; 4) $-\frac{2(x-y)}{x+y}$. **441**. 1) $-\frac{1}{4}x^2y^5$; 2) $2xy^{-1}$; 3) x; 4) $-6y$. **445**. 1) 12. 2) $8,2\cdot 10^{-1}$; 3) $2\cdot 10^{-5}$; 4) $1,9\cdot 10^6$. **446**. 1) $9\cdot 10^4$; 2) $364,7\cdot 10^3$; 3) 10^{-2}; 4) $20,7\cdot 10^3$.

IV глава

466. 2) 10 дм. 4) $\frac{6}{7}$ мм. **467**. 9; 8; 10; 0,4; 0,3; 0,5; 1,2; 70; 80. **468**. 2) туура; 4) туура. **469**. 2) 9; 4) 0,25. **470**. 2) 2; 4) 0,4; 6) 0,125. **471**. 2) 9; 4) 5; 6) 8. **472**. 2) 10; 0; 20. **473**. 2) $a\leq 0$; 4) $a\geq -3$. **474**. 2) $x=81$. **475**. 2) $\sqrt{0,04}<\sqrt{0,09}$. **476**. $\frac{a}{b}$. **480**. 2) 0,008; 4) 0,(27); 6) -3,(142857). **481**. 2) $\frac{7}{9}$; 4) $2\frac{21}{5}$; **482**. 2) $1,03<1,0(3)$; 4) $3,7(2)>3,72$. **485**. 3 м 46 см. **494**. 2) $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}i$; 4) $-\frac{2}{7}-3i$. **495**. $-0,5+\sqrt{4}\,i=-\frac{2}{1}+2i$, $3-2i+\sqrt[3]{27}-2i=\sqrt{9}-\sqrt[3]{8}i$ $\sqrt{9}-4i=\sqrt[3]{27}-\sqrt{16}i$. **479**. 2) $x=7$, $y=4$; 4) $x=1$, $y=6$. **497**. 2) $5-4i$; 4) $1-6i$; 6) $15+10i$. **498**. 2) $2-3i$; 4) $-7+5i$; 6) $\frac{1}{3}-\frac{2}{5}i$. **499**. 2) $\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i$; 4) $-\frac{1}{13}+\frac{8}{13}i$;

6) $\frac{43}{41}-\frac{18}{41}i$. **500**. 2) туура; 4) туура. **501**. 2) 2; 4) 2. **502**. 2) 16; 4) 121; 6) 125. **503**. 2) x^6; 4) $|b^3|$. **504**. 2) 0; 4) 6. **505**. 2) $2,7>\sqrt{7}$; 4) $\sqrt{18,49}=4,3$ **507**. 2) $12<\sqrt{160}<13$; 4) $2<\sqrt{8,7}<3$. **508**. 2) $\sqrt{5}-2$; 4) $4-\sqrt{15}$. **509**. 2) $-a-3$; 4) $3b-a$. **511**. 1) $x\geq 2$; 2) $x\leq 2$. **512**. –1. **515**. 2) 1,3; 4) 72. **516**. 2) 40; 4) 18. **517**. 2) 78; 4) 42. **518**. 2) 30; 4) 22. **519**. 2) 80; 4) 25. **520**. 2) 392; 4) 108. **521**. 2) 7; 4) 30. **522**. 2) $x\sqrt{2}$; 4) $a^3\sqrt{3}$. **523**. 2) $5a\sqrt{3}$; 4) $5a\sqrt{2a}$. **524**. 2) $3\sqrt{2}$; 4) $1-2\sqrt{5}$; 6) $8\sqrt{3}$. **525**. 2) 27; 4) $\sqrt{3}$. **526**. 2) $\sqrt{2a^2}$; 4) $\sqrt{3x}$ **527**. 2) $2\sqrt{40}=4\sqrt{10}$; 4) $2\sqrt{45}<4\sqrt{20}$. **528**. 2) $4x\sqrt{x}$. **529**. 2) 1. **530**. 2) $8\sqrt{5}$; 4) $5\sqrt{2}$. **531**. 2) $0,6ab\sqrt{ab}$. **532**. 2) $(\sqrt{b}-4)(\sqrt{b}+4)$; 4) $(\sqrt{b}-\frac{3}{7})(\sqrt{b}+\frac{3}{7})$. **533**. 2) $\sqrt{b}-4$; 4) $0,9-\sqrt{b}$. **536**. 1) $\frac{3-a}{3+a}$; 2) $\frac{3y-2x}{2y+2x}$. **538**. 2) $1\frac{3}{7}$; 4) $2\frac{1}{3}$. **539**. 2) 0; 4) $-\frac{19}{45}$. **540**. 2) 4; 4) 12. **541**. 2) $2\frac{11}{12}$; 4) $3\frac{3}{4}$. **542**. 2) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; 4) $\frac{3-\sqrt{2}}{7}$ 6) $\sqrt{5}-\sqrt{2}$; 8) $9+4\sqrt{5}$. **543**. 2) 0,36; 4) 2,52. **544**. 6 жолу. **545**. 2) $\frac{11x^2}{8}$; 4) $-\frac{20}{a}$. **546**. 2) а) –1; б) 1. **547**. 2) 1; 4) $\frac{95-42\sqrt{5}}{44-20\sqrt{5}}$. **549**. 2) $\sqrt{x}+3\sqrt{y}$. **551**. 1) 130; 2) 7. **555**. 2) $y(0,4)>y(0,3)$; 4) $y(4,1)<y(5,2)$. **556**. 2) болот. **557**. 2) $x>1$. **558**. 2) $0<x\leq 121$; 4) $0<x<36$. **560**. 1) 1; 2) $\frac{2x+5}{x}$. **562**. 2) 0,1; 4) $3\frac{1}{3}$. **563**. 2) $\sqrt{0,3}$ 4) 5. **564**. 2) 540; 4) 195. **565**. 2) 28; 4) 20. **566**. 2) 3; 4) $\frac{2}{3}$. **567**. 2) 27; 4) 216; 6) 49. **568**. 2) 1,5; 4) $-4+0,1\sqrt{6}$; 6) $-2\sqrt{2}-10\sqrt{3}$. **569**. 2) $x(x-\sqrt{3})$; 4) $\frac{1}{\sqrt{y}-4\sqrt{x}}$; 6) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. **570**. 2) $x=16$; 4) $x=4$. **571**. 2) $x\geq 3$; 4) $x\geq 2,5$. **572**. 2). а) $7-2a$; б) 3; в) $2a-7$. **573**. 39. **574**. 2) $\frac{2}{a+\sqrt{b}}$; 4) $-2\sqrt{b}$. **576**. 2) $-\frac{b}{a}$. **577**. 2) $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{3}}{4}$ 4) $\frac{15+11\sqrt{3}}{6}$.

V глава

581. 1) $2x^2+x-3=0$, экинчи даржада; 2) $x3+3x^2-x=0$, үчүнчү даражада; 3) $2y^2-y-2=0$, экинчи даражада; 4) $z^2+4z-4=0$, экинчи даражада; 5) $ax^2-bx+1-c=0$, экинчи даражада; 6) $6x^5-2x^2+1=0$, бешинчи даражада; 7) алтынчы даражада; 8) $x^2+x-56=0$, экинчи даражада; 9) $3x=0$, биринчи даражада; 10) $\frac{x^5}{7}=0$, бешинчи даражада. **586**. 1) 1;5; 2) 1; –3; 3) –5; –1; 4) $-a$; b; 5) 0; 3; 6) 0; $\frac{1}{2}$. **587**. 1) 0; 3; 2) 0; 5; 3) –3; 3; 4) –3; 3; 5) ∅;

6) 0. **588**. 1) 0; $\frac{10}{7}$; 2) 0; –12; 12; 3) 0; 5; 4) 0; –5; 5. **589**. 1) 0; $\sqrt{5}$; 2) $-\frac{\sqrt{b}}{b}$ $\frac{\sqrt{b}}{b}$. **591**. 1) 70; 2) 1; $2\sqrt{3}$; 3) 15; 4) –12. **592**. 2) $x+\sqrt{xy}$; 4) $\frac{a}{\sqrt{a-1}}$.
593. 1) –1; $-\frac{1}{2}$; 2) ∅; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) –6; 1. **594**. 1) 2; 3; 2) –1; 5; 3) 6; 8; 4) $\frac{1}{5}$; 2; 5) $\frac{1-\sqrt{14}}{4}$, $\frac{1+\sqrt{14}}{4}$; 6) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$. **595**. 1) –1; 4; 2) 3; 11; 3) –10; –1; 4) 3; –2.
596. 1) –3; $\frac{1}{4}$; 2) 5;9; 3) $-\frac{1}{3}$;2; 4) –6;–5. **597**. 1) $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$; 2) $-\frac{3}{2}$, $\frac{1}{6}$; 3) $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$; 4) –6;14; 5) $-3-\sqrt{28}$, $-3+\sqrt{28}$; 6) –6; $\frac{4}{5}$; 7) 17;17; 8) $-\frac{20}{3}$, –4.
598. 1) –1; $-\frac{2}{5}$; 2) –1; 2; 3) 7;15; 4) ∅. **599**. 1) –7;–1; 2) ∅; 3) $-2-\sqrt{19}$; $-2+\sqrt{19}$; 4) 1; $\frac{5}{2}$. **600**. 1) ∅; 2) $\frac{-1-\sqrt{57}}{4}$; $\frac{-1+\sqrt{57}}{4}$; 3) $\frac{5-\sqrt{37}}{3}$; $\frac{5+\sqrt{37}}{3}$; 4) $-\frac{1}{2}$ 3. **601**. 1) 2; –17; 2) $\frac{1}{2}$; 3; 3) $-\frac{1}{2}$; 3; 4) $\frac{-5\pm\sqrt{4}}{2}$. **602**. 1) 1; 3; 2) $-\frac{2}{3}$;3; 3) 1; $\frac{5}{9}$; 4) 3; $-\frac{1}{8}$; 5) $\frac{7}{3}$, 3; 6) $-\frac{8}{3}$, –2; 7) 2; $\frac{5}{6}$; 8 $\frac{77}{4}$. **603**. 1) 22; 2) 18; 0,1; 4) 3,5. **604**. 1) ±2; 2) –1; 1; 3; 3) –3; 2; 4) $-\frac{3}{2}$, 1, $\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$; 5) $-\frac{7}{3}$ $-\frac{8}{3}$; 6) $3\pm\sqrt{5}$; 7) 1. **605**. 1) ±1; ±2; 2) ±2; 3) $\frac{-1\pm\sqrt{41}}{2}$. **606**. 1) m; 2) –9; 3) $\frac{1}{2}$. 4) 1;2; 5) 1; 6) $\sqrt[m]{2a}$; $\sqrt[m]{-4a}$, эгер m–так; $\sqrt[m]{2a}$ эгер m–жуп болсо.
607. 1) ±2, ±1; 2) 0, $\pm\sqrt{2}$; 3) ± 3, ± 4; 4) ± 1, ± 3; 5) 0, $\pm\sqrt{\frac{7}{2}}$; 6) ∅; ±3.
608. 1) ∅; 2) $\pm\sqrt{2}$; 3) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, ±2 4) ∅. **609**. 1) ±1; $\pm\sqrt{3}$; 2) ±1; $\pm\sqrt{5}$. 3) 1; $\pm\sqrt{3}$. **610**. 2) $x_1=7$, $x_2=3\frac{1}{3}$; 4) $x_1=40$, $x_2=\frac{20}{3}$; 6) $x_1=6$, $x_2=-\frac{2}{3}$.
611. 2) $x_{1,2}=\pm 10$; 4) ∅; 6) $x=-3$. **614**. 18800; 20400; 13200; 4600.
615. 2) $\frac{16x}{a}$. **617**. 90см. **618**. 1) белгилери ар түрдүү; 2) ар түрдүү; 3) ар түрдүү; 4) экөө тең оң **619**. 1) Экөө тең терс 2) ар түрдүү 3) экөө тең оң 4) эки терс тамыры бар. **629**. 40∈Q. **630**. $\frac{6}{x}$. **631**. 23; 30; 11. **635**. 1) $7x+8$; 5) $\frac{-2-x}{x+10}$. **636**. 5) $\frac{-y+13}{y+15}$; 7) $-(x-3)$. **639**. 1) –6; 2) $3\sqrt{5}+2$. **640**. 1) $(\frac{1}{5};\frac{2}{5})$; 2) $(\frac{3}{2};\frac{5}{2})$. **641**. 10; 6. 642. 12см. **643**. 10см. **644**. 16 см; 30 см. **645**. 9 см; 40 см.
646. 12; 35. **647**. 2,5 км/с. **648**. 20 км/с. **649**. 10; 15 күн. **650**. 6 күн; 3 күн.
651. 300 м; 200 м. **652**. 26 катар. **653**. –14; –15; –16 же 14; 15; 16. **654**. –14; 12 же 12; 14. **655**. 160; 320. **656**. 75 км/с. **657**. $\frac{14}{3}$; $\frac{35}{6}$. **658**. 12,5км. **659**. 2,5 т.
660. 6,5 см. **661**. 4 см. **662**. 20 күн. **663**. 1 жана 2. **664**. 60 км/саат; 80 км/саат. **665**. 9; 7,5 күн. **666**. 12; 4. **667**. $\frac{a\pm\sqrt{2c^2-a^2}}{2}$. **668**. 30 км/саат. **669**. 12;

8. **670**. 12; 6. **671**. 1) $\frac{x+2}{3x-1}$; 2) $\frac{4m^2-6m+9}{3m+2}$.**673**. $x_1=-1$; $x_2=2$.**681**. 2) 50 км ден аз. **682**. 35 күн. **683**. 6 км/саат. **684.** г) 2900 сом. **685**. 1) ±3; 2) ±5; 3) 0;4; 4) 0; 5) 0;4; 6) 2;4; 7) $-\frac{5}{3};-1$; 8) $-\frac{1}{2};3$; 9) $-2;\frac{6}{5}$; 10) –2; 5. **686**. 1) ±2; ±3; 2) ∅; ±3; 3) $\pm\sqrt{7}$; $\pm\sqrt{8}$; 4) $\frac{5\pm\sqrt{5}}{2}$ **687**. 1) – 4; 2) $\frac{15\pm\sqrt{65}}{2}$; 3) 3; 2,5; 4) ∅; 5) $1\pm\sqrt{40}$; 6) $\frac{3}{4};3{,}5$. **689**. 3) $x^2+(\sqrt{6}-\sqrt{2})x-2\sqrt{3}=0$; 4) $x2-6x+4=0$; 5) $2x^2+2x-1=0$; 6) $x^2-(3a-3b)x+(2a^2-5ab+2b^2)=0$. **695**. $x_2=-3$; $m=1$. **696**. 1) $\pm\sqrt{3};\pm 2$; 2) $\pm\sqrt{5};\pm\sqrt{10}$; 3) $\pm\frac{1}{3};\pm 1$; 4) ±2; ∅; 5) $\pm\frac{1}{2};\pm 2$; 6) $\pm\frac{\sqrt{1+\sqrt{17}}}{2}$. **697**. 6) $\frac{4-a}{2}$; 8) $\frac{a-3}{b}$; 9) $\frac{x-y}{x+y}$; 10) $\frac{1}{x}$; 11) $-\frac{3}{a-2}$; 12) $\frac{2(x+9)}{3(x-7)}$. **699**. 1) $\frac{3(x-3)}{3x+1}$; 2) $\frac{b}{b-9}$; 3) $\frac{a+13}{a+15}$; 4) $\frac{c+1}{c}$. **700**. 1) –6;5; 2) $-\frac{13}{3}$; 3) $\frac{1\pm\sqrt{97}}{16}$; 4) 0; 4; 5) –1; 2; 6) $\frac{5\pm\sqrt{19}}{3}$; 7) $\frac{3\pm\sqrt{41}}{4}$; 8) ±a; ±5. **701**. $x_2=3$; $b=-11$. **702**. $x_1=5$, $x_2=7$, $q=35$. **703**. 1) ±2; 2) ±2. **704**. 1) $-\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{2}$; 2) $\frac{13}{4}$; 3) $\frac{97}{4}$. **705**. 7 см. **706**. 2 км/саат. **707**. –2; 0; 2 же 6; 8; 10. **708**. –7; –8 же 7; 8. **709**. 7; 8; 9. **710**. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}C$.

VI глава

711. 4) 2750. **714**. 1) 246; 2) $\frac{11}{2}$; 3) 139; 4) $\frac{22}{63}$; 5) 1245; 6) 100; 7) 455; 8) $\frac{1}{4}$. **715**. 1) 14; 2) 12; 3) 16; 4) 11. **717**. $C_{12}^3\cdot C_9^3 C_6^3$ боюнча эсептелет, 369. **718**. $A_{10}^7=604800$. **719**. $C_8^3=56$. **720**. $C_7^5\cdot C_9^5$ боюнча эсептелет. **721**. A_5^2. **722**. $C_2^1\cdot C_{10}^7+C_2^2\cdot C_{10}^6$ менен эсептелет. **723**. $A_6^1\cdot A_7^1 A_4^1$ деп эсептөө керек. **724**. 25см^3. **725**. 1,6 эсе. **726**. 2) $1\frac{1}{3}$; 4) $\frac{52}{99}$; 6) $2\frac{17}{45}$. **727**. а) $\frac{1}{6}$. **728**. $\frac{27}{91}$. **729**. 0,3. **730**. $n=A_7^5, m=1, p=\frac{m}{n}$. **731**. $n=C_{12}^2, m=C_5^2, p=\frac{m}{n}$. **732**. 1) $1{,}0\cdot10^3$; 2) $1{,}2\cdot10^{-6}$. **733**. 11,2км/с. **745.** 1% азайды. **746**. A_6^4. **748**. P_6. **749**. P_3. **750**. C_{24}^3. **751**. 45. **752**. $C_5^2\cdot C_3^1$. **753**. $C_4^2\cdot C_3^1+C_4^1\cdot C_3^2=30$.

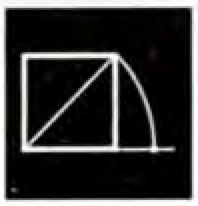
VII глава

755. 1) $\frac{4}{9}$; 2) $1\frac{1}{3}$; 3) 45; 4) $\frac{1}{9}$. **758**. 1) 6; 2) 4; 3) 0,2; 4) 1,4. **759**. 1) $\frac{4b-2c}{2b+c}$; 2) $\frac{6}{x}$; 3) $\frac{4}{2y+1}$; 4) $\frac{a^2-b^2}{ab}$; 5) 1; 6) $\frac{20}{15a+8}$. **761**. 1) $\frac{2y+30}{y^2-9}$; 2) $\frac{8}{3-2a}$; 3) $\frac{b}{y}$; 4) $\frac{3x}{4}$; 5) $\frac{2m+1}{12m-6}$; 6) $\frac{4y^2}{(x^2-y)^2}$; 7) $\frac{6a^2+3}{a^3-1}$; 8) $\frac{2x-2y}{x^2+xy+y^2}$. **762**. 1) $\frac{1}{abc}$; 2) 1; **764**. 1) $a=-6$ болсо; 2) $a=5$ болсо; 3) $a=6$ болсо; 4) $a=7$ болсо. **766**. 1) $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$; 2) 1. **768**. 1) $\frac{x-z}{y-z}$; 2) $\frac{a^3+x^3}{a^3-x^3}$; 3) $\frac{x+1}{2x+1}$; 4) $x+1$. **772**. 2) $y\geq-2$; 4) $x>-4$; 6) $x\leq$.

773. 2) –5; –4; –3; –2; –1; 0; 4) 4. **774**. 2) $\frac{2}{9}<x\le 10$; 4) $x>7,2$. **776**. 15 л ден аз эмес. **777**. 2) –15;–14; ... ;–1;0. **795**. 1) $\frac{14x^2}{x^2-y^2}$; 2) $-\frac{b}{a+b}$; 3) $\frac{a^2+b^2}{a}$; 4) $\frac{a^2+25}{10a}$; 5) $\frac{a+b}{a-b}$; 6) $\frac{(a+b)b}{(a-b)a}$ 7) $\frac{a}{3c}$; 8) 8. **799**. 3) 0,(846153); 4) 0,(037); 5) 0,0 (571428); 6) –0,3(18); 7) 0,7(6); 8) 0,2(18). **802**. 49. **803**. 5. **805**. 1) $-3a\sqrt{b}$; 3) $12ab\sqrt{ab}$; 5) $-c\sqrt{-3c}$; 6) $-m^3\sqrt{-5m}$; 8) $-\sqrt{-x}$. **808**. 3) $m\sqrt{m}-n\sqrt{n}$; 4) $x^3+y\sqrt{y}$. **810**. 1) $x+\sqrt{xy}+y$; 2) $\frac{1}{a-\sqrt{ab}+b}$; 3) $\sqrt{2}-\sqrt{x}$; 4) $\frac{1}{\sqrt{a+\sqrt{3}}}$. **811**. 1) $\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{x-y}$; 2) $\frac{27-a\sqrt{a}}{9-a}$; 3) $\frac{1+8x\sqrt{x}}{1-4x}$ 4) $\frac{a^3b\sqrt{b}-8}{a^2b-4}$. **812**. 1) $\frac{2+\sqrt{2-\sqrt{6}}}{4}$; 2) $\frac{\sqrt{5-3\sqrt{3}+2\sqrt{15}+4}}{2}$. **813**. x=0 болгондо. **817**. 1) 10; 14. 2) –2;3; 4) $-\frac{2}{3}$; 3; 8) –2; $-\frac{8}{3}$; 10) –3;2. **821**. 1) 3; $-\frac{1}{2}$; 2) 1; $1\frac{2}{3}$; 3) –1;–0,8; 4) $\frac{1}{6}$; 5) ∅; 6) –11;2; 7) 2;$-\frac{3}{7}$; 8) 8;4. **823**. 1) –2;2; 2) 0;2,5; 3) –10; 4) 3. **824**. 1) 0;5; 2) 0;–6; 3) ∅; 4) ∅. **825**. 2) ажырабайт. **826**. 1) $\frac{1}{3}$; 7; 2) $1\frac{5}{8}$; 3; 3) $-18\frac{1}{7}$; –1; 4)$-\frac{26}{35}$; 2. **827**. 1)–1; $-\frac{2}{3}$; $\frac{2}{3}$; 1; 2) ∅; 3)–5; 5; 4)$-\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **828**. 1)$-2\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{3}$; 2)$-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; $-\frac{\sqrt{19}}{2}$; $\frac{\sqrt{19}}{2}$. **829**. 1) 1; 2; 2) –1; 3; 3) –14; 1; 4) $-1\frac{1}{3}$. **830**. 40 км/саат; 50 км/саат. **831**. 47 км/с. **832**. 3 км/с. **833**. 60 км/саат. **834**. 10; 15. **835**. 10 саат. **836**. 4; 6 кг. **837**. 7;11 саат. **838**. 4. **839**. 32;8. **840**. 3;4. **841**. 8;14. **842**. a_1=4, q=2. **843**. a_1=3, d=3. **844**. Биринчи адам. **845**. $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{6}\right)$. **847**. 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92. **848**. 144, 133, 152, 171, 209, 228, 247, 266, 285, 399. **849**. 3; 1; 2; 5. Көрсөтмө: 5 тин даражасынын акыркы төрт цифрасы мезгилдүү кайталанат. **850**. 9. **851**. 48. **852**. 11713. **855**. x= –2. **865**. 5 **856**. арыктады. **857**. (1003,1), (2006, 0), (4012, –1),... Көрсөтмө: y – терс сан боло алат. **858**. –6. **859**. $x\in[0,8]$. **861**. 10%. **864**. $\left(\frac{1}{2},-1\right)$. **866**. 20 га. **867**. 15% жана 40%. **868**. 24 саат. **873**. 175 барак. **874**. 26, 25, 18, 16, 14. **875**. 5 жаш, 45 жаш. **876**. болот. **880**. $(x^2+x+1)(x^2-x+1)(x^4-x+1)$. **882**. Көрсөтмө: $x=1+\alpha$, $y=1+\beta$ α, $\beta>0$ өзгөртүүсүн жүргүзгүлө. **884**. $x\in(-\infty;0)\cup(\frac{17}{81};9)$. **889**. 80 км, чымын бардыгы болуп 100:(20+30)=2саат учуп жүрдү. **890**. 40 окуучу. **891**. $10^4\cdot3^3$. **892**. Бишкек – Ош жолунда мындай 14 мамыча бар. **893**. 10. **894**. –1

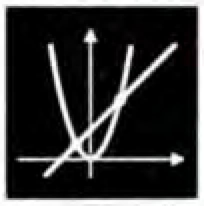
МАЗМУНУ

IV глава

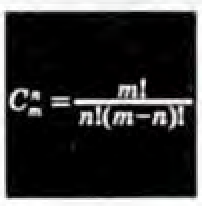


КВАДРАТТЫК ТАМЫРЛАР

V глава



КВАДРАТТЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР



VI глава

КОМБИНАТОРИКАНЫН ЭЛЕМЕНТТЕРИ

VII глава

КАЙТАЛОО

Окуу китеби

Байзаков Асан, Саадабаев Аскербек, Ыбыкеева Жамиля

АЛГЕБРА

Жалпы билим берүүчү орто мектептердин
8-классы үчүн окуу китеби

Редактору А. А. Абдиев
Корректору А. А. Узакова
Сүрөт редактору Ю. А. Ким
Тех. редактору Ю. В. Балингер
Компьютердик калыпка салган Е. А. Кисенкова

Басууга 09.12.2009-ж. кол коюлду.
Кагаздын форматы 60X90 1/16. Көлөмү 13,0 б.т.
Нускасы 68 000. Заказ № К 0906009.

«Aditi» басмасы
720020 Бишкек ш., Огонбаев көчөсү, 222

«Continent Print» ЖЧКсында басылды.
720054 Бишкек ш., Интергельпо көчөсү, 1
тел.: (0312) 65 55 56
e-mail: postmaster@continent.kg